Wytrzymałość Materiałów I

Projektowanie konstrukcji

opracował:
dr hab. inż. Paweł JASION
e-mail: pawel.jasion@put.poznan.pl
www: pawel.jasion.pracownik.put.poznan.pl

Politechnika Poznańska
Instytut Mechaniki Stosowanej
Zakład Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji

Plan prezentacji

1. Projektowanie konstrukcji
   - Współczynnik bezpieczeństwa
   - Naprężenia dopuszczalne
   - Warunek wytrzymałościowy i sztywnościowy
   - Przykłady

Plan prezentacji

1. Projektowanie konstrukcji
   - Współczynnik bezpieczeństwa
   - Naprężenia dopuszczalne
   - Warunek wytrzymałościowy i sztywnościowy
   - Przykłady

Wytrzymałość materiałów a proces projektowy

- w uproszczeniu, proces projektowy można podzielić na trzy etapy

$$invention \rightarrow design \rightarrow construction$$

- narzędzia wytrzymałości materiałów pomagają w nadawaniu postaci konstrukcyjnej – *construction*
- projektowana konstrukcja musi być między innymi bezpieczna

Współczynnik bezpieczeństwa n_e

Rzeczywista wytrzymałość konstrukcji musi być większa niż wytrzymałość wymagana

Współczynnik bezpieczeństwa n_e

$$n_e = \frac{\text{wytrzymałość rzeczywista}}{\text{wytrzymałość wymagana}}$$

- współczynnik bezpieczeństwa jest zatem liczbą większą od jedności
- może przyjmować wartości od 1,1 do 12

Współczynnik bezpieczeństwa n_e

Współczynnik bezpieczeństwa powinien uwzględniać:

- rozbieżność między obciążeniami rzeczywistymi a przyjętymi do obliczeń
  wartości sił; cykliczność obciążeń
- nieadekwatność modelu obliczeniowego
  uproszczenia przy wyprowadzaniu wzorów
- niejednorodność materiału
  wpływ mikro i makro defektów; zmiana właściwości mechanicznych w czasie eksploatacji

Współczynnik bezpieczeństwa n_e

Współczynnik bezpieczeństwa powinien uwzględniać:

- funkcję, jaką element spełnia w konstrukcji
  czy uszkodzenie elementu doprowadzi do awarii maszyny lub zagrożenia życia?
- niedokładność wykonania i montażu
  wymiary inne niż założone; brak osiowości; zmiana geometrii konstrukcji w czasie eksploatacji

Plan prezentacji

1. Projektowanie konstrukcji
   - Współczynnik bezpieczeństwa
   - Naprężenia dopuszczalne
   - Warunek wytrzymałościowy i sztywnościowy
   - Przykłady

Naprężenia i obciążenia dopuszczalne

- sposób wyznaczania naprężeń dopuszczalnych zależy od charakteru obciążenia konstrukcji
- w przypadku obciążenia statycznego wyznacza się je jak poniżej

Naprężenia dopuszczalne

$$\text{naprężenia dopuszczalne} = \frac{\text{granica plastyczności}}{\text{współczynnik bezpieczeństwa}}$$

$$\sigma_{dop} = \frac{R_e}{n_e}$$

Plan prezentacji

1. Projektowanie konstrukcji
   - Współczynnik bezpieczeństwa
   - Naprężenia dopuszczalne
   - Warunek wytrzymałościowy i sztywnościowy
   - Przykłady

Warunek wytrzymałościowy

Maksymalne naprężenia pojawiające się w konstrukcji muszą być mniejsze od naprężeń dopuszczalnych

Warunek wytrzymałościowy – postać ogólna

$$\sigma_{max} \leq \sigma_{dop}$$

- σ_{max} – największa wartość naprężeń pojawiająca się w konstrukcji; w ogólnym przypadku naprężenia w elemencie konstrukcyjnym mogą być mocno zróżnicowane
- σ_{dop} – zależne od materiału i rodzaju konstrukcji

Warunek wytrzymałościowy

- w przypadku jednoosiowego rozciągania, warunek wytrzymałościowy przyjmuje postać:

$$\frac{F}{A} \leq \frac{R_e}{n_e}$$

- zakładając, że rozciągany pręt jest okrągły, czyli że $A = (\pi d^2)/4$, możemy zapisać:

$$\frac{4F}{\pi d^2} \leq \frac{R_e}{n_e}$$

- zależność powyższa pozwala analizować różne przypadki zadań konstrukcyjnych, w zależności od dostępnych danych

Warunek sztywnościowy

Maksymalne przemieszczenie wybranego punku konstrukcji musi być mniejsze niż przemieszczenie dopuszczalne

Warunek sztywnościowy – postać ogólna

$$\delta_{max} \leq \delta_{dop}$$

- δ_{max} – największa wartość przemieszczenia pojawiająca się w wybranym punkcie konstrukcji
- δ_{dop} – wartość przyjmowana arbitralnie; musi być zachowane założenie małych przemieszczeń

Warunek sztywnościowy

- w przypadku jednoosiowego rozciągania, warunek sztywnościowy przyjmuje postać:

$$\frac{Fl}{EA} \leq \Delta l_{dop}$$

- zależność powyższa pozwala analizować różne przypadki zadań konstrukcyjnych, w zależności od dostępnych danych

Projektowanie konstrukcji

- analiza konstrukcji polega na wyznaczaniu stanu naprężeń i odkształceń w istniejącej konstrukcji *korzystamy z zależności*

$$\sigma = \frac{F}{A}; \quad \Delta l = \frac{FL}{EA}$$

- projektowanie konstrukcji polega na doborze parametrów geometrycznych konstrukcji tak, aby maksymalne naprężenia i przemieszczenia nie przekroczyły wartości dopuszczalnych

$$\sigma_{max} \leq \sigma_{dop}; \quad \Delta l \leq \Delta l_{dop}$$

Projektowanie konstrukcji

- współczynnik bezpieczeństwa należy dobierać z rozwagą
- w skrajnym przypadku naprężenia w konstrukcji są równe dopuszczalnym; mamy więc

$$\sigma = \sigma_{dop} \rightarrow \frac{F}{A} = \frac{R_e}{n_e} \rightarrow A = \frac{F n_e}{R_e}$$

- zatem dwukrotne zwiększenie współczynnika bezpieczeństwa, np. z 2 do 4, powoduje dwukrotne zwiększenie przekroju poprzecznego, a tym samym dwukrotne zwiększenie masy
- zwiększeniem masy skutkuje wzrostem bezwładności elementu, wymiarów, ceny, kosztów transportu, itp.

Plan prezentacji

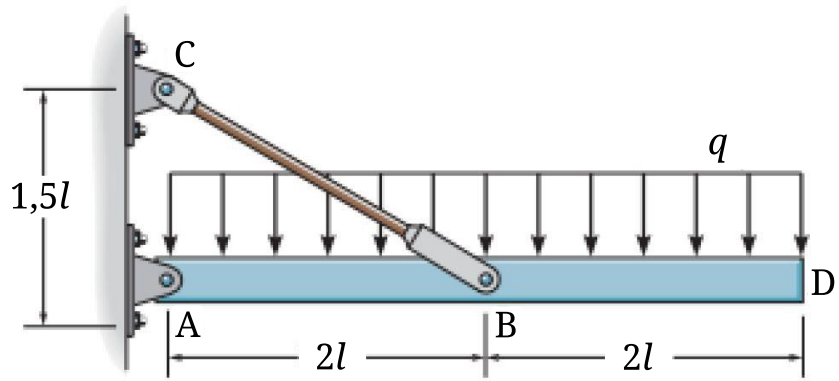
1. Projektowanie konstrukcji
   - Współczynnik bezpieczeństwa
   - Naprężenia dopuszczalne
   - Warunek wytrzymałościowy i sztywnościowy
   - Przykłady

Projektowanie konstrukcji

Przykład 1

Sztywna belka AD podtrzymywana jest przez okrągły pręt BC wykonany z aluminium ($R_e = 270$ MPa) połączony z nią przegubowo.

- a) wyznaczyć minimalną średnicę pręta zakładając $l = 2$ m, $q = 300$ N/m; współczynnik bezpieczeństwa przyjąć na poziomie $n_e = 2,5$
- b) przyjmując średnicę pręta d równą 15 mm, wyznaczyć maksymalne obciążenie q, jakie może przenieść konstrukcja; założyć $l = 2$ m

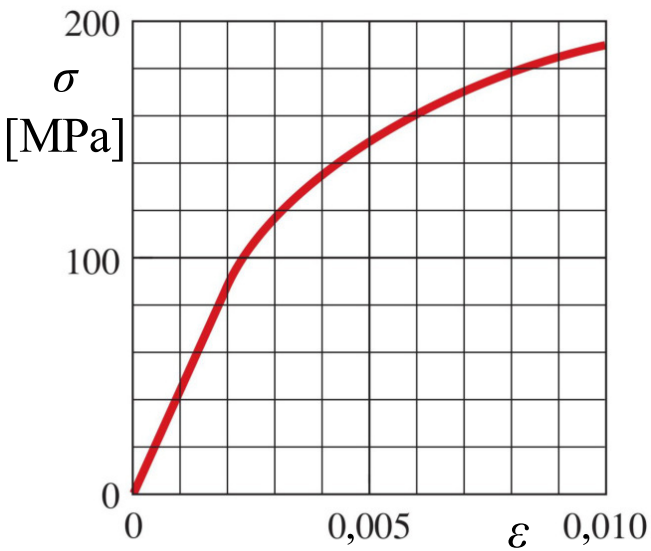


Projektowanie konstrukcji

Przykład 2

Okrągły pręt ze stopu magnezu ma długość 750 mm. Wykres rozciągania przedstawiony jest na rysunku. Pręt obciążono siłą osiową (czyste rozciąganie) do wydłużenia 6 mm i odciążono.

- Jakie jest trwałe wydłużenie pręta?
- Jaką wartość ma granica plastyczności po ponownym obciążeniu?
- Jaką wartość ma umowna granica plastyczności?

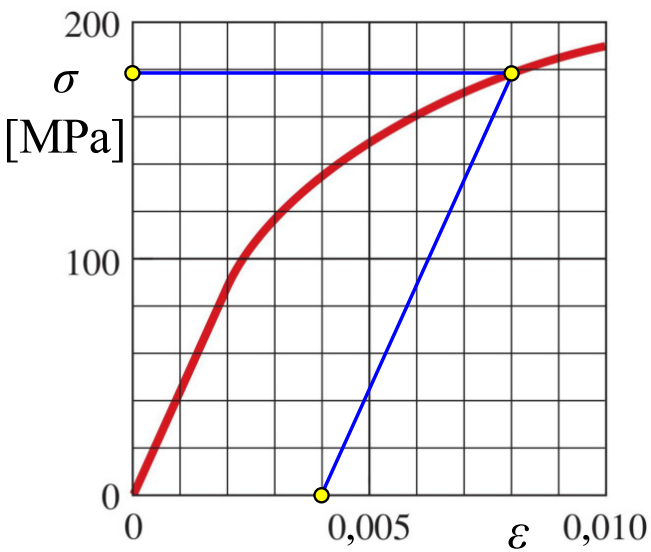


Projektowanie konstrukcji

Przykład 2

Okrągły pręt ze stopu magnezu ma długość 750 mm. Wykres rozciągania przedstawiony jest na rysunku. Pręt obciążono siłą osiową (czyste rozciąganie) do wydłużenia 6 mm i odciążono.

- Jakie jest trwałe wydłużenie pręta?
- Jaką wartość ma granica plastyczności po ponownym obciążeniu?
- Jaką wartość ma umowna granica plastyczności?



Projektowanie konstrukcji

Przykład 2

Okrągły pręt ze stopu magnezu ma długość 750 mm. Wykres rozciągania przedstawiony jest na rysunku. Pręt obciążono siłą osiową (czyste rozciąganie) do wydłużenia 6 mm i odciążono.

- Jakie jest trwałe wydłużenie pręta?
- Jaką wartość ma granica plastyczności po ponownym obciążeniu?
- Jaką wartość ma umowna granica plastyczności?

