Wytrzymałość Materiałów I

Zachowanie się materiału pod obciążeniem

opracował:
dr hab. inż. Paweł JASION
e-mail: pawel.jasion@put.poznan.pl
www: pawel.jasion.pracownik.put.poznan.pl

Politechnika Poznańska
Instytut Mechaniki Stosowanej
Zakład Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji

Plan prezentacji

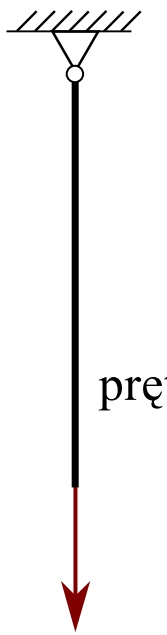
1. Zachowanie się materiału pod obciążeniem
   - Siły wewnętrzne – naprężenia
   - Deformacji materiału – odkształcenie
2. Badania eksperymentalne
   - Właściwości mechaniczne materiału

Plan prezentacji

1. Zachowanie się materiału pod obciążeniem
   - Siły wewnętrzne – naprężenia
   - Deformacji materiału – odkształcenie
2. Badania eksperymentalne
   - Właściwości mechaniczne materiału

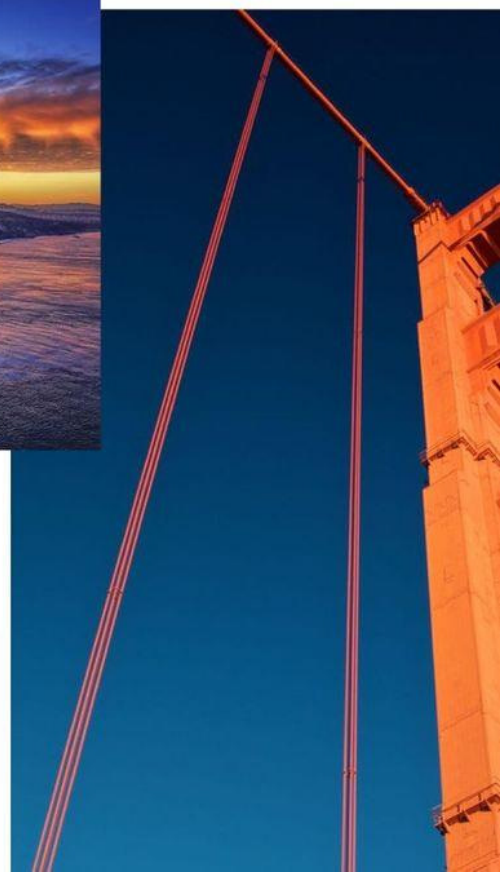
Siły wewnętrzne

- w elementach konstrukcyjnych, pod wpływem przyłożonego obciążenia, pojawiają się siły wewnętrzne



pręt rozciągany

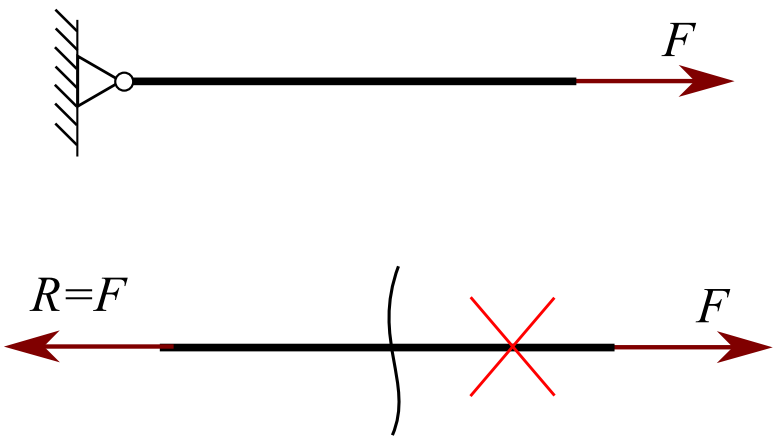


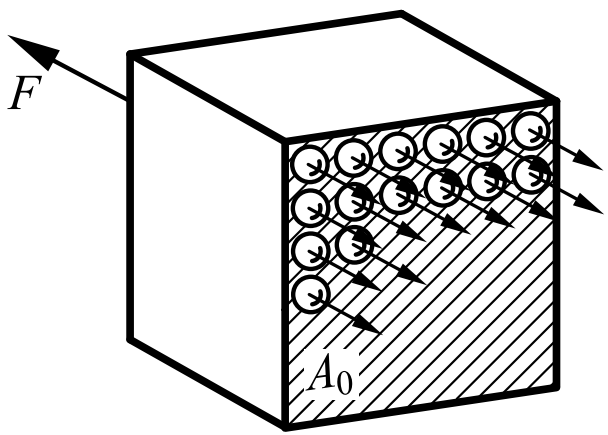


Siły wewnętrzne

Siły wewnętrzne (międzyatomowe)

siły przeciwstawiające się zmianie kształtu lub zniszczeniu elementu konstrukcyjnego, wywołanego działaniem sił zewnętrznych; siły te starają się przywrócić pierwotną formę elementu

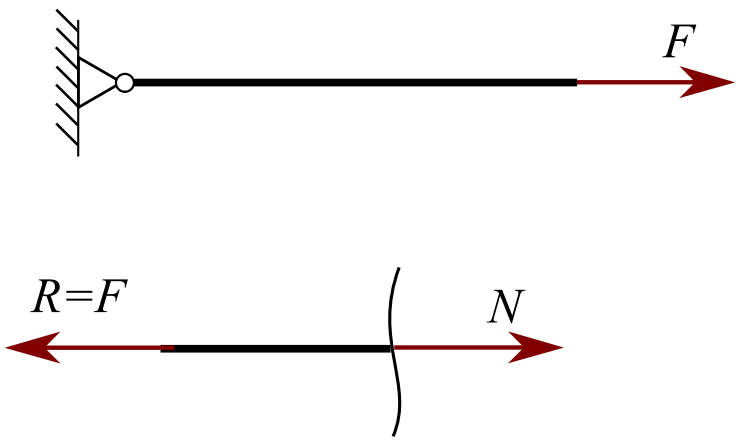


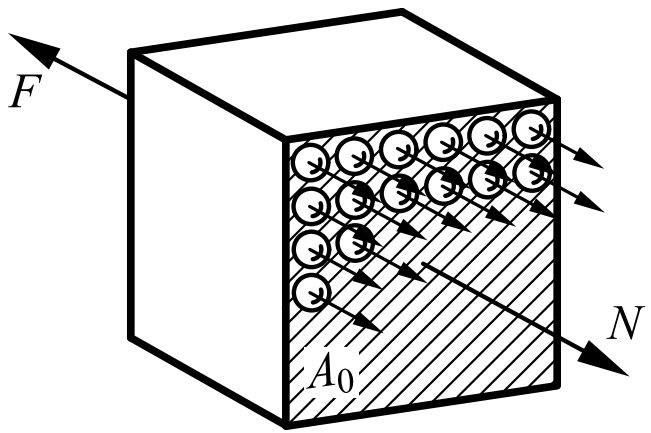


Siły wewnętrzne

Siła wewnętrzna

wypadkowa sił wzajemnego oddziaływania między atomami, przekazywana między obiema częściami przekroju





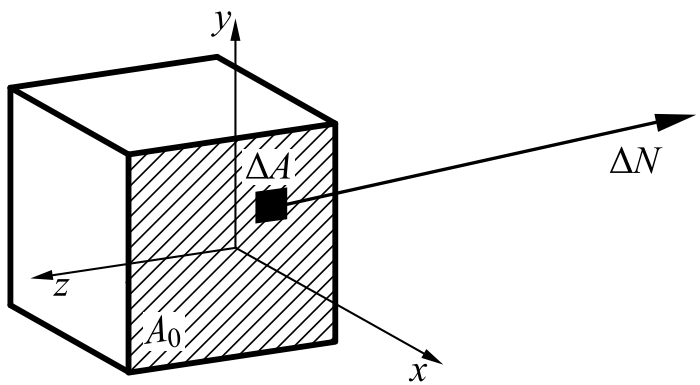
Jaką miarę przyjąć?

Naprężenia

Naprężenie średnie i naprężenia w punkcie

wewnętrzna siła oddziaływania przypadająca na jednostkę powierzchni wydzielonej w dowolnym punkcie

$$p_{\text{śr}} = \frac{\Delta N}{\Delta A}; \qquad p = \lim_{\Delta A \to 0} = \frac{\Delta N}{\Delta A}$$



Naprężenia

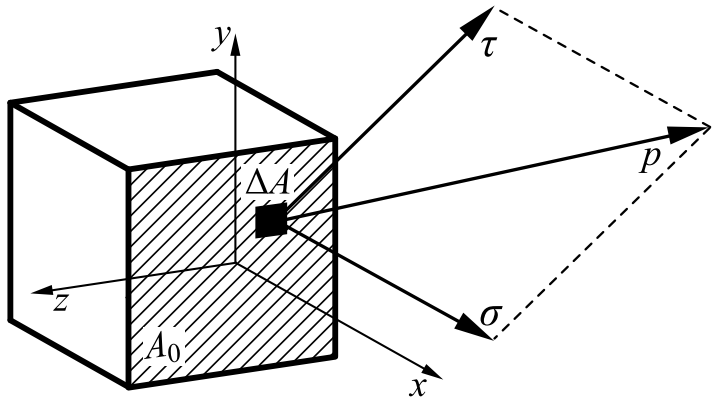
Naprężenie średnie i naprężenia w punkcie

wewnętrzna siła oddziaływania przypadająca na jednostkę powierzchni wydzielonej w dowolnym punkcie

$$p_{\text{śr}} = \frac{\Delta N}{\Delta A}; \qquad p = \lim_{\Delta A \to 0} = \frac{\Delta N}{\Delta A}$$

σ – naprężenia normalne

τ – naprężenia styczne



Naprężenia

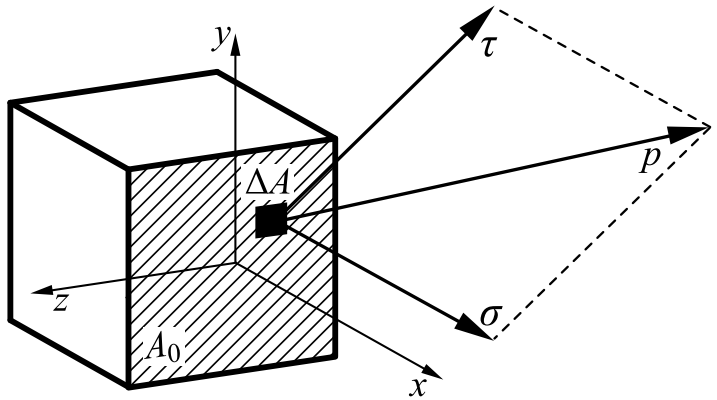
Naprężenie średnie i naprężenia w punkcie

wewnętrzna siła oddziaływania przypadająca na jednostkę powierzchni wydzielonej w dowolnym punkcie

$$p_{\text{śr}} = \frac{\Delta N}{\Delta A}; \qquad p = \lim_{\Delta A \to 0} = \frac{\Delta N}{\Delta A}$$

σ – naprężenia normalne

τ – naprężenia styczne



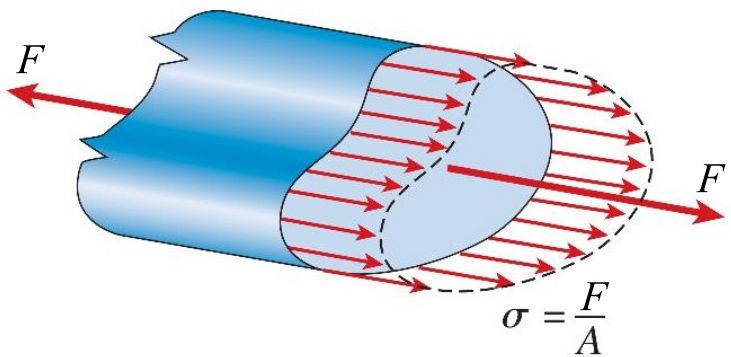
Naprężenia (definicja opisowa)

miara sił wewnętrznych pojawiających się w materiale w wyniku deformacji spowodowanej działaniem sił zewnętrznych

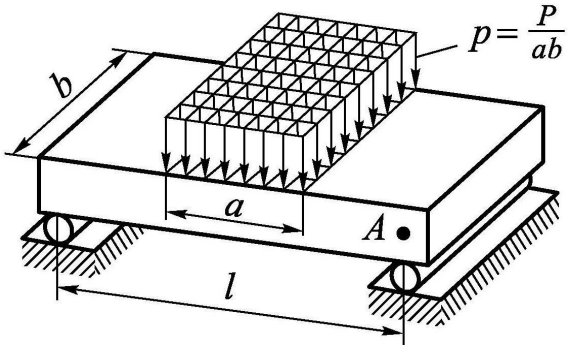
Naprężenia w pręcie rozciąganym

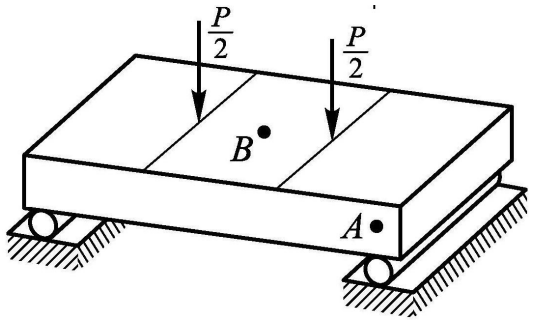
Naprężenia w pręcie rozciąganym (ściskanym) są równomierne i wyrażają się zależnością $\sigma = F/A$ jeżeli:

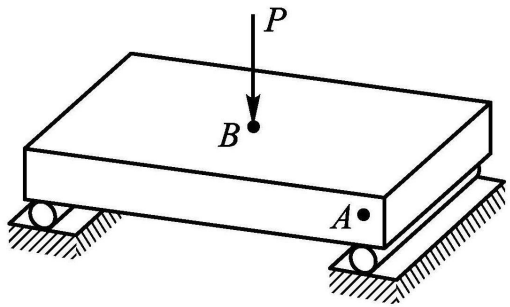
- siła przyłożona jest w osi obojętnej pręta
- długość pręta jest wyraźnie większa niż szerokość
- materiał jest ciągły i jednorodny
- przekrój jest taki sam na całej długości
- analizowany przekrój jest dostatecznie oddalony od miejsca przyłożenia siły



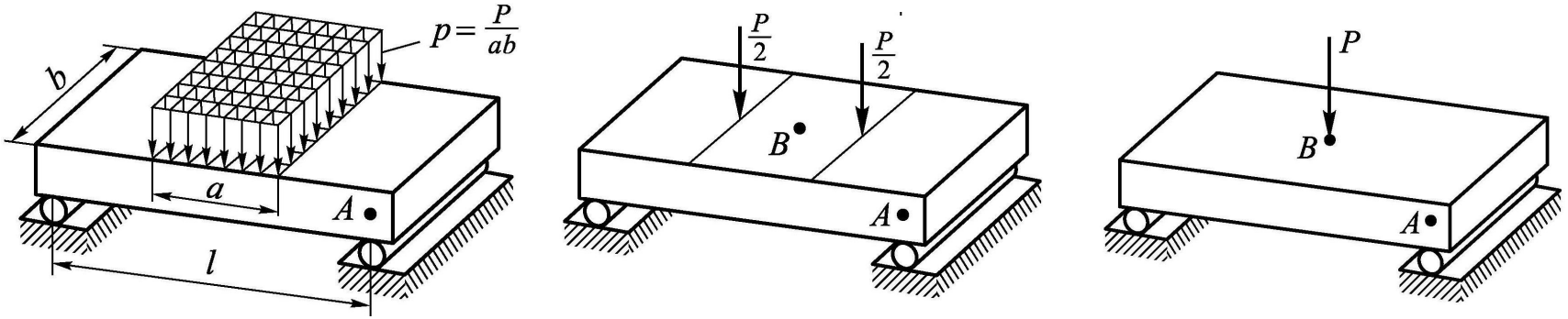
Zasada de Saint-Venanta







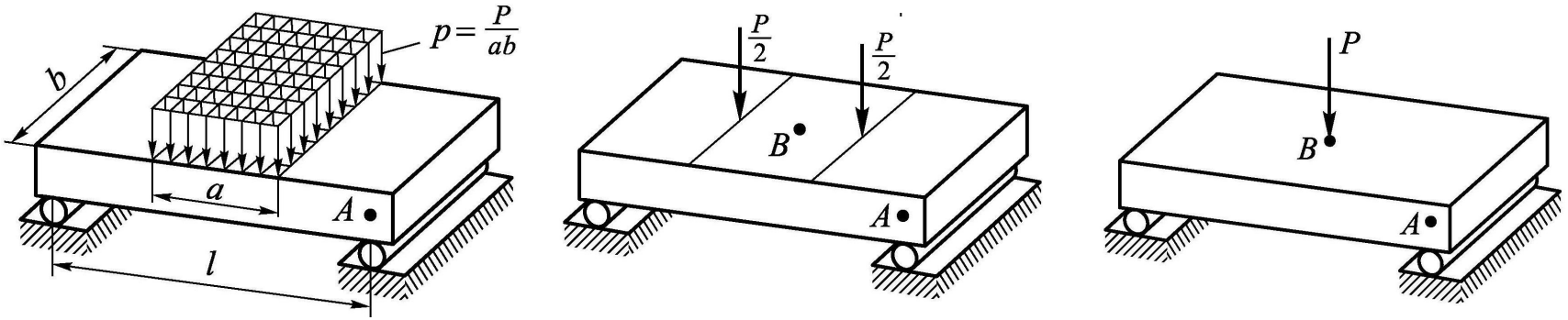
Zasada de Saint-Venanta



Zasada de Saint-Venanta

Naprężenia, w punktach ciała dostatecznie odległych od miejsca przyłożenia obciążenia, nie zależą w sposób istotny od charakteru rozłożenia obciążenia.

Zasada de Saint-Venanta

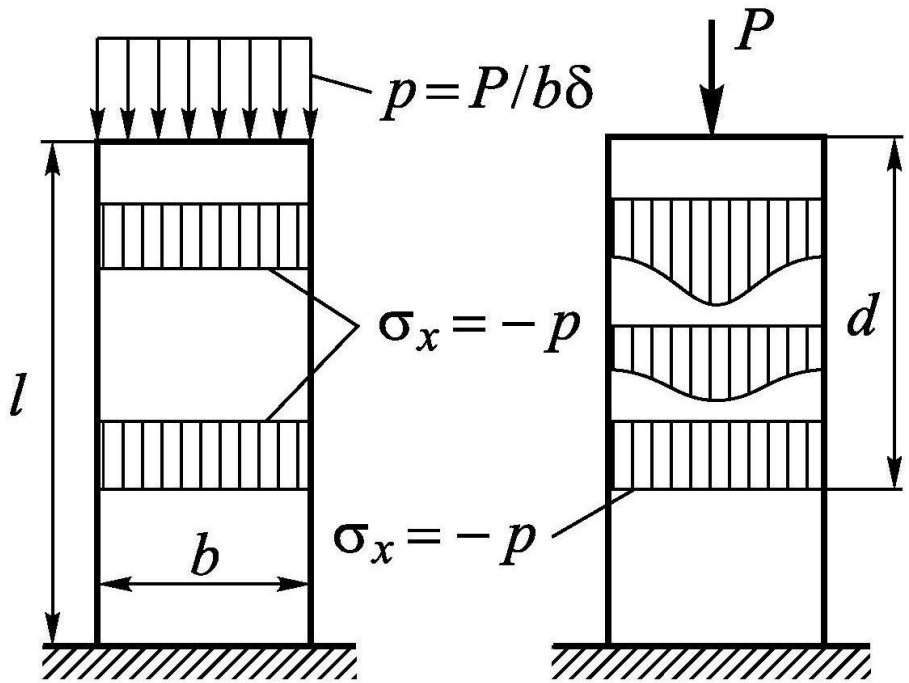


Zasada de Saint-Venanta

Naprężenia, w punktach ciała dostatecznie odległych od miejsca przyłożenia obciążenia, nie zależą w sposób istotny od charakteru rozłożenia obciążenia.

Naprężenia te nie zmienią się, jeśli działające obciążenie zastąpi się innym, statycznie równoważnym.

Zasada de Saint-Venanta



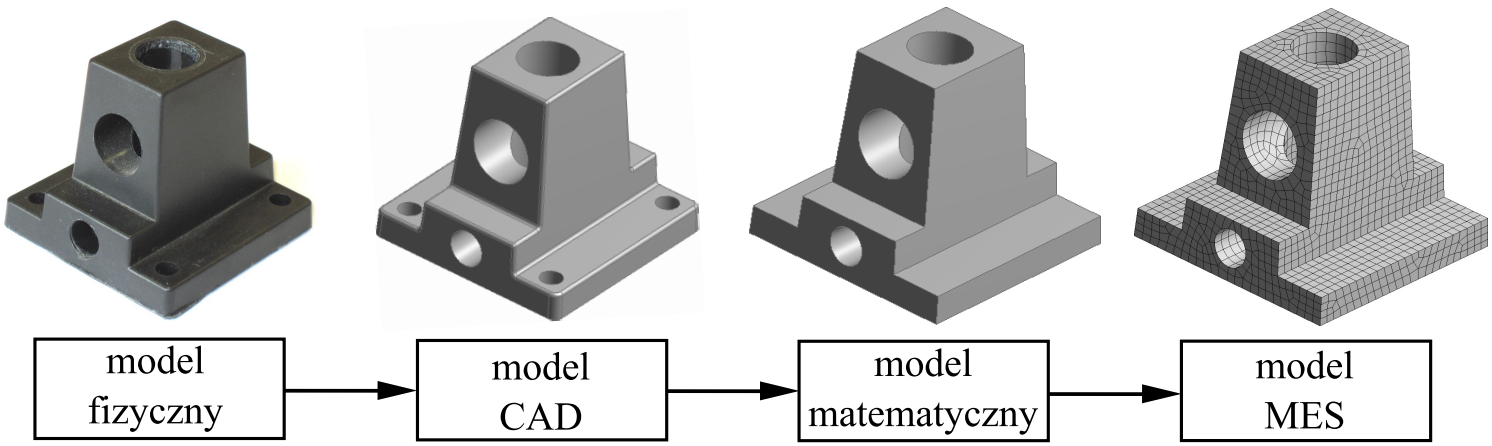
$$\sigma_x = -p \text{ dla } d \approx b$$

Zasada de Saint-Venanta

Dygresja... Metoda Elementów Skończonych

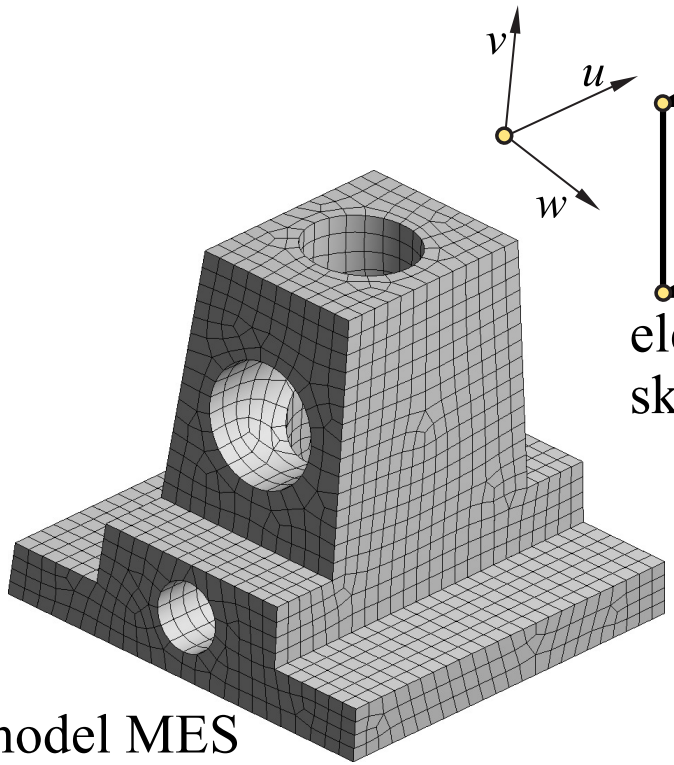




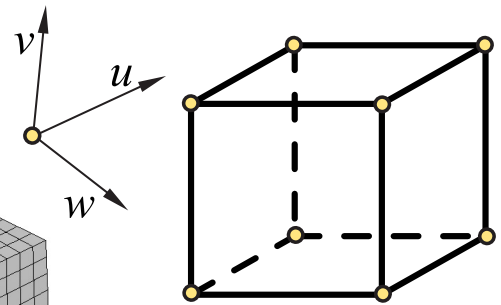


Zasada de Saint-Venanta

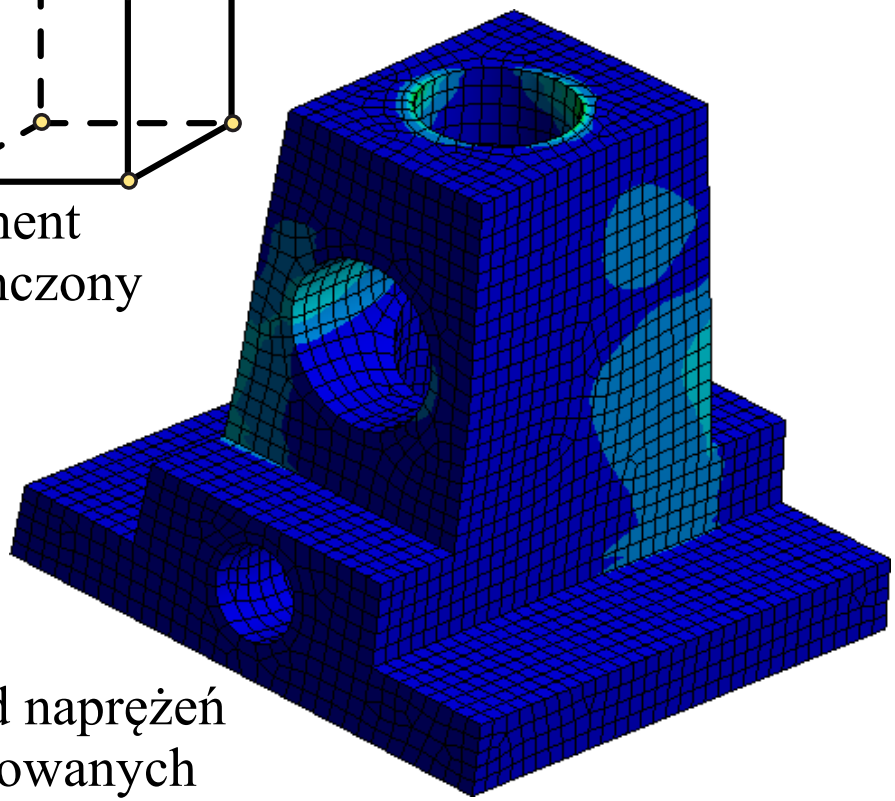
Dygresja... Metoda Elementów Skończonych



model MES wspornika



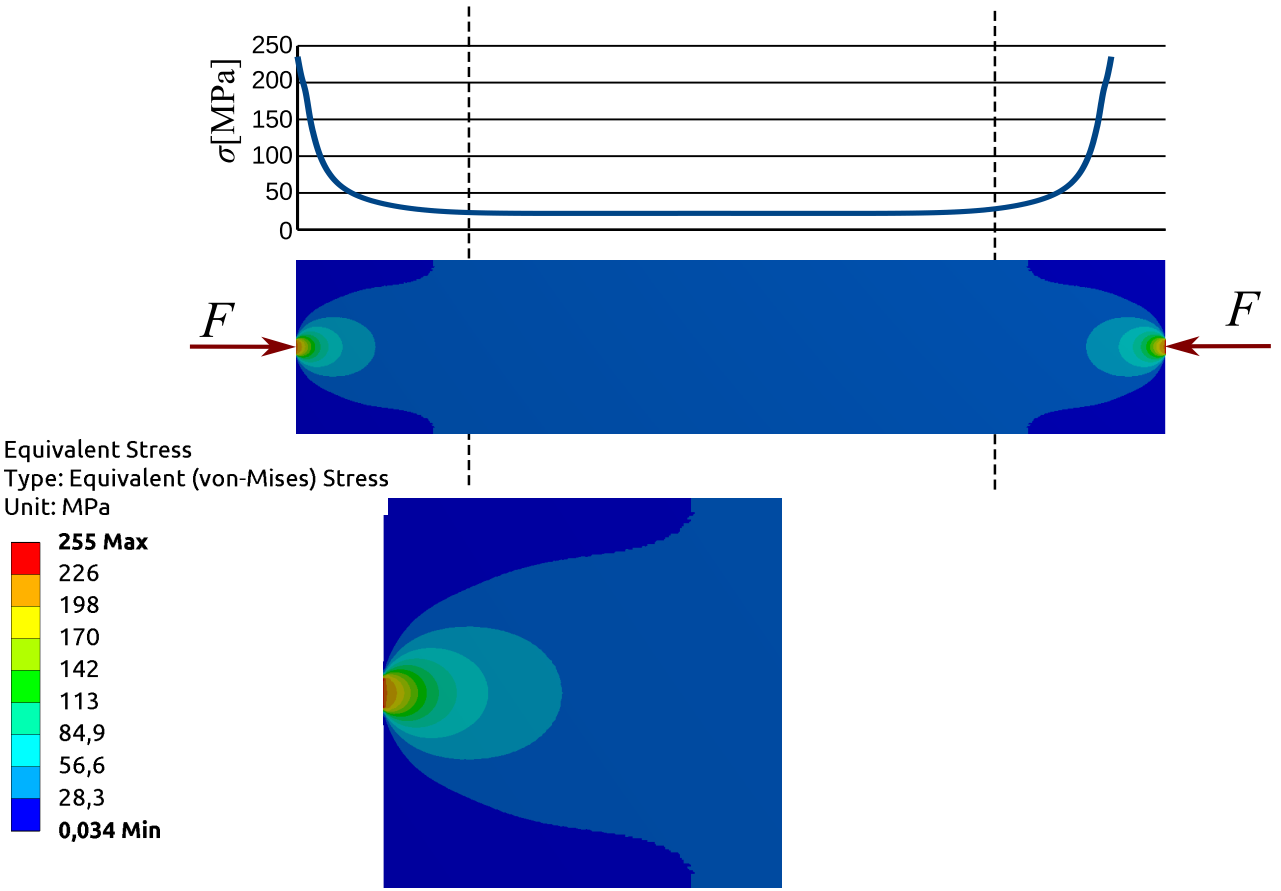
element skończony



rozkład naprężeń zredukowanych

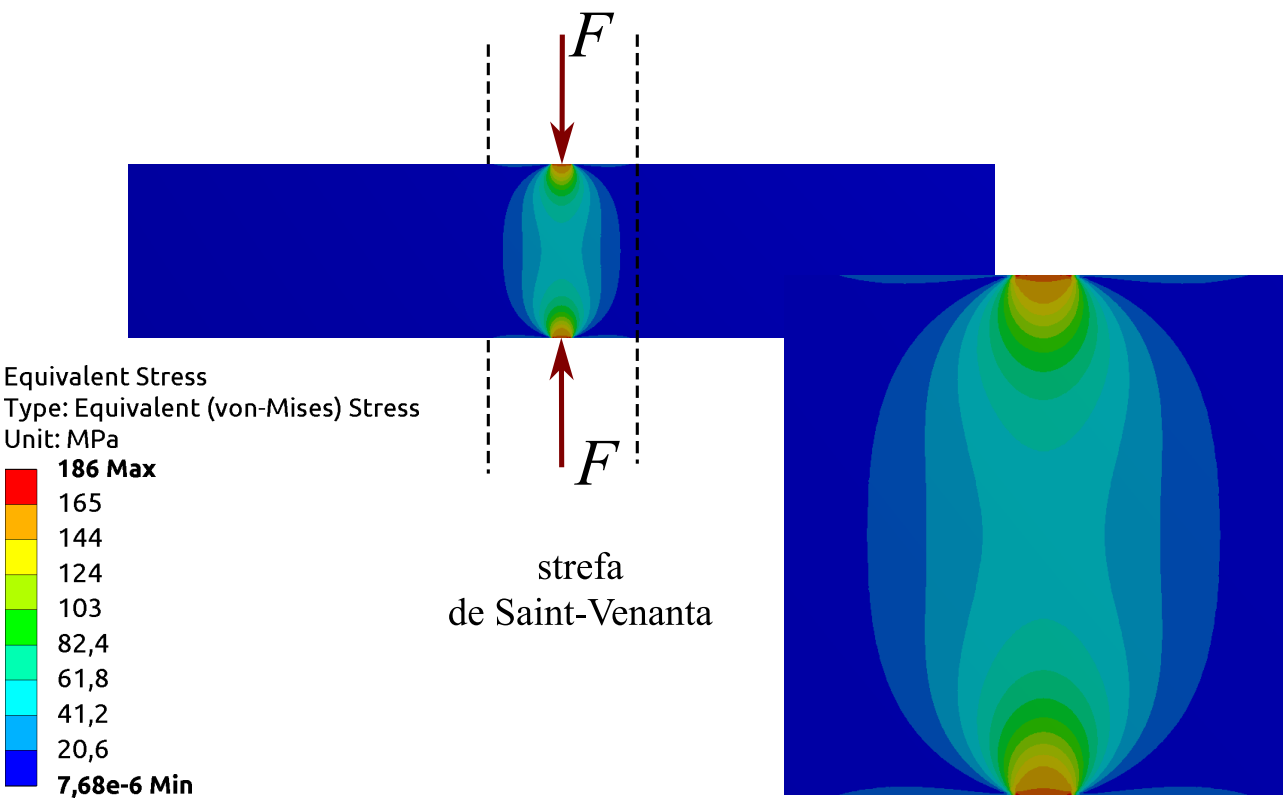
Zasada de Saint-Venanta

Rozkład naprężeń zredukowanych w pręcie ściskanym osiowo (siła 20 kN; przekrój 30x30 mm)



Zasada de Saint-Venanta

Rozkład naprężeń w przekroju ściskanym poprzecznie – symulacja procesu cięcia blachy

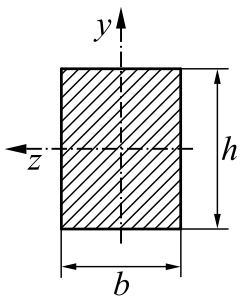


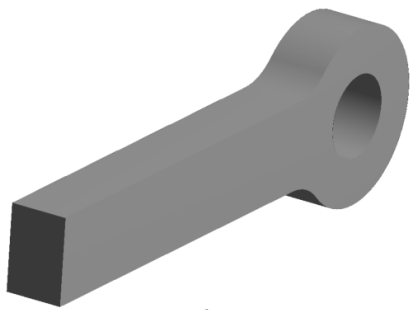
Naprężenia w pręcie rozciąganym

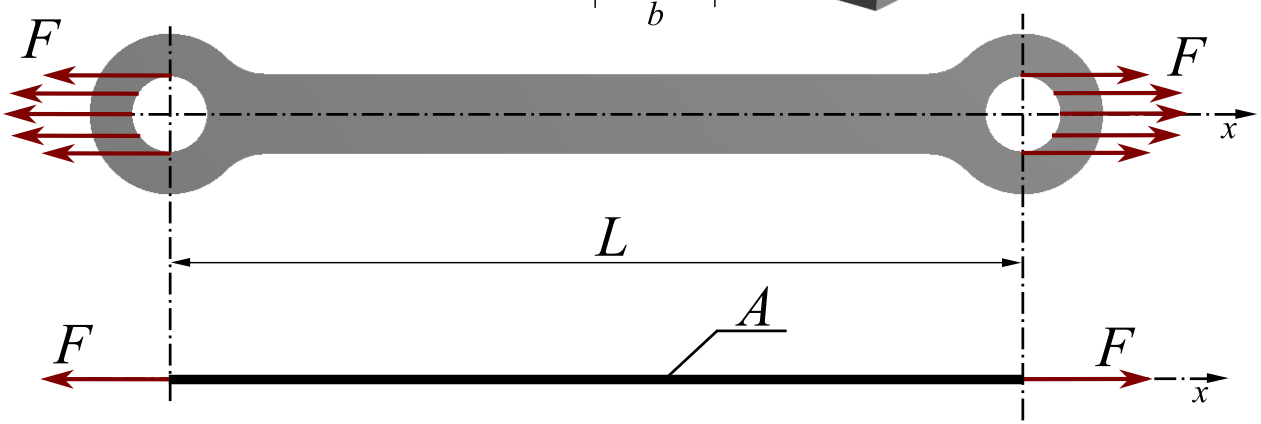
Przykład

Wyznaczyć naprężenia normalne w przekroju poprzecznym łącznika obciążonego siłą osiową $F = 50$ kN. Wymiary przekroju poprzecznego: $h = 30$ mm, $b = 20$ mm.





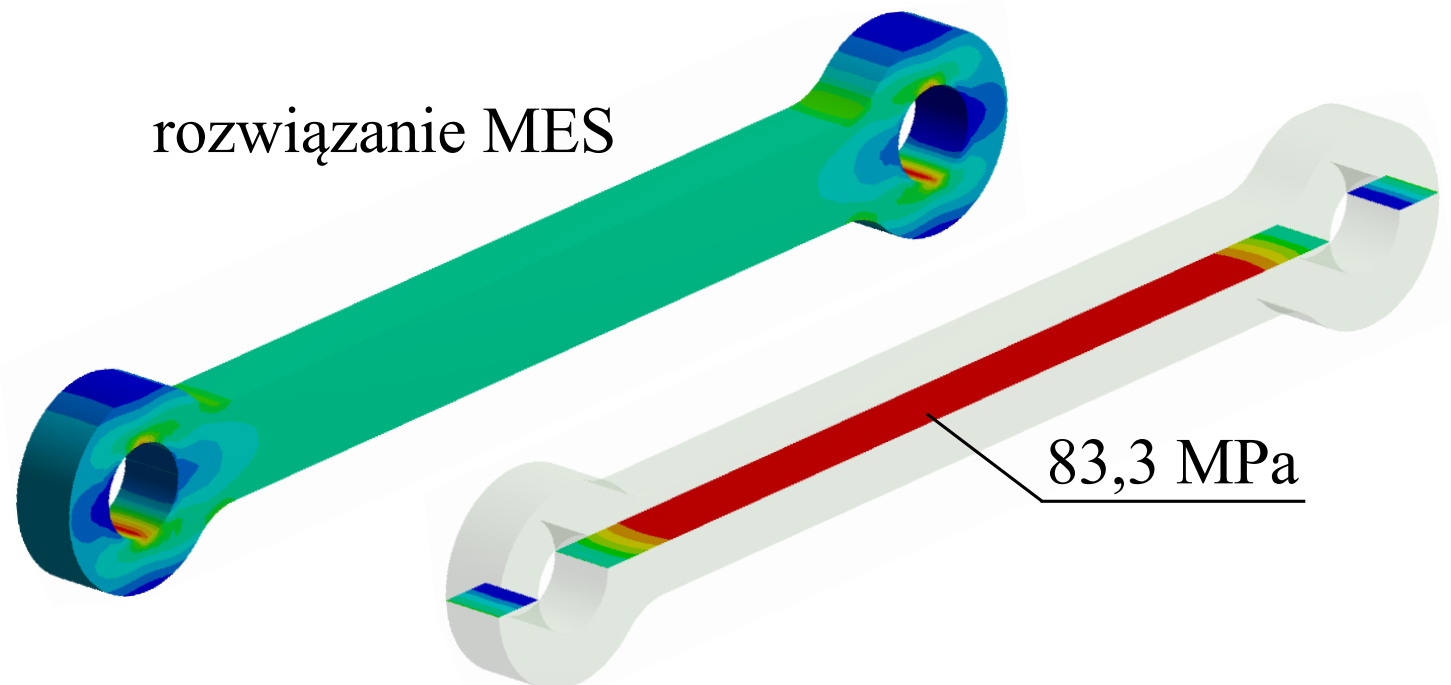




Naprężenia w pręcie rozciąganym

Przykład

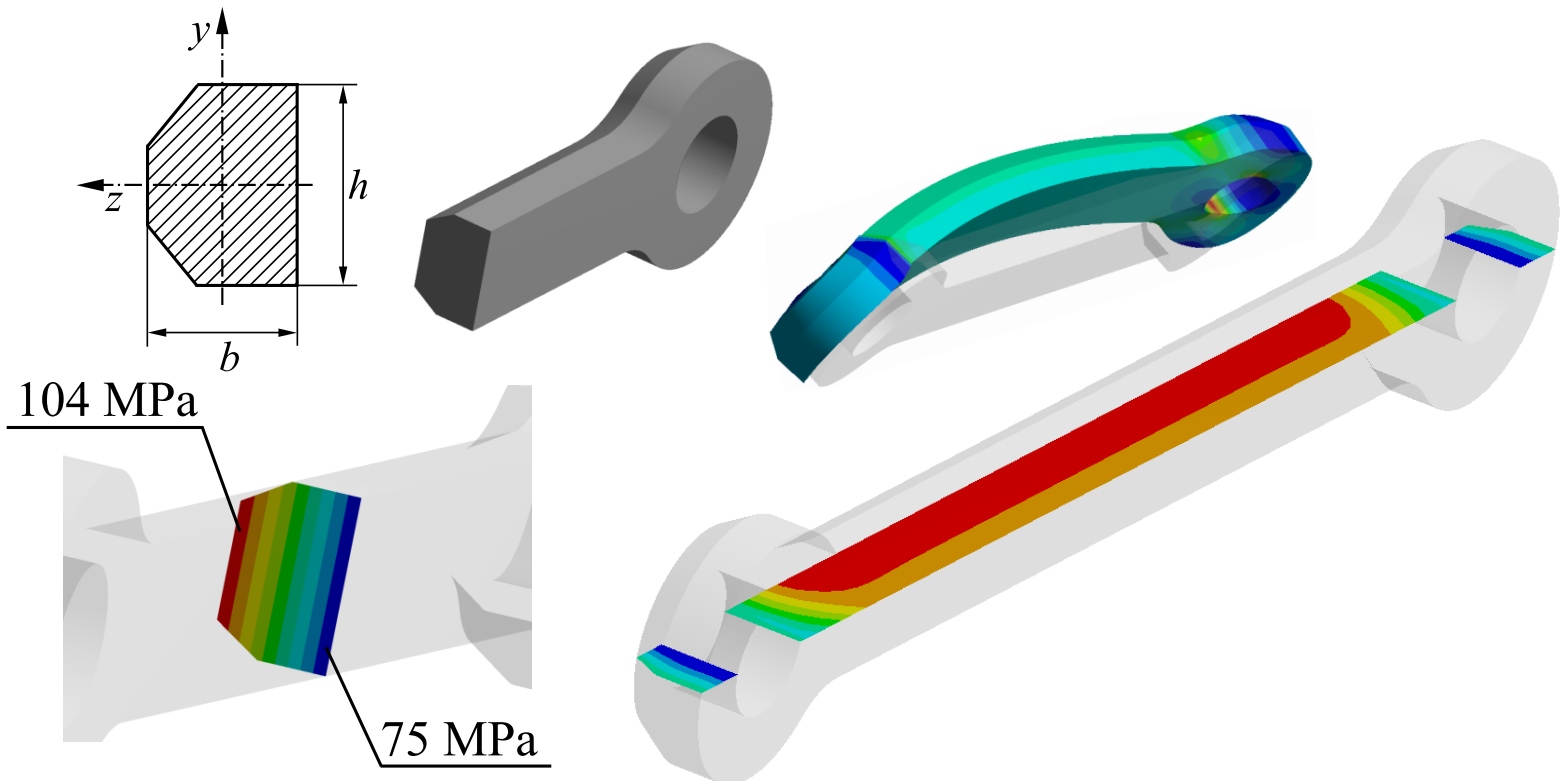
Wyznaczyć naprężenia normalne w przekroju poprzecznym łącznika obciążonego siłą osiową $F = 50$ kN. Wymiary przekroju poprzecznego: $h = 30$ mm, $b = 20$ mm.



Naprężenia w pręcie rozciąganym

Przykład

Co się stanie, jeśli w przypadku osiowego rozciąganie zakłóci się symetrię układu?



Plan prezentacji

1. Zachowanie się materiału pod obciążeniem
   - Siły wewnętrzne – naprężenia
   - Deformacji materiału – odkształcenie
2. Badania eksperymentalne
   - Właściwości mechaniczne materiału

Deformacja

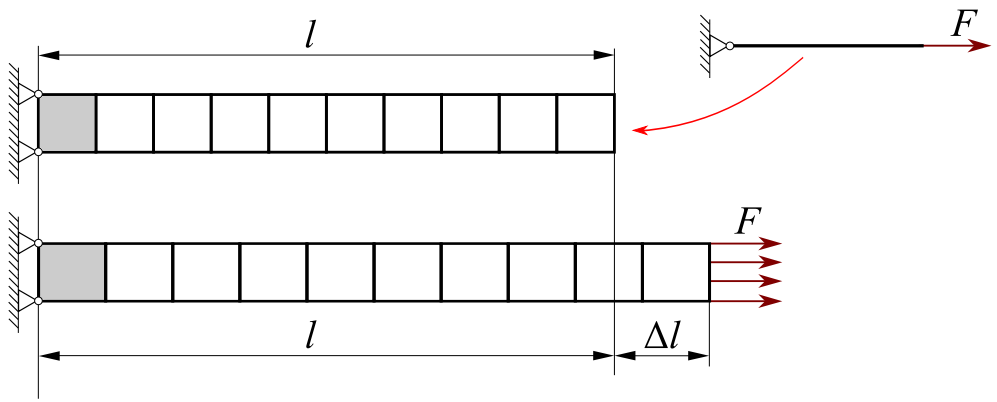
Deformacja

zmiana rozmiaru lub (i) kształtu jakiej ulega konstrukcja pod wpływem działania sił

- deformacja sprężysta – znika po odciążeniu; związana ze sprężystymi zniekształceniami siatki atomów
- deformacja trwała – nie znika po odciążeniu; związana z nieodwracalnym przemieszczaniem się jednych warstw sieci krystalicznej względem innych

Deformacja przy rozciąganiu – wydłużenie

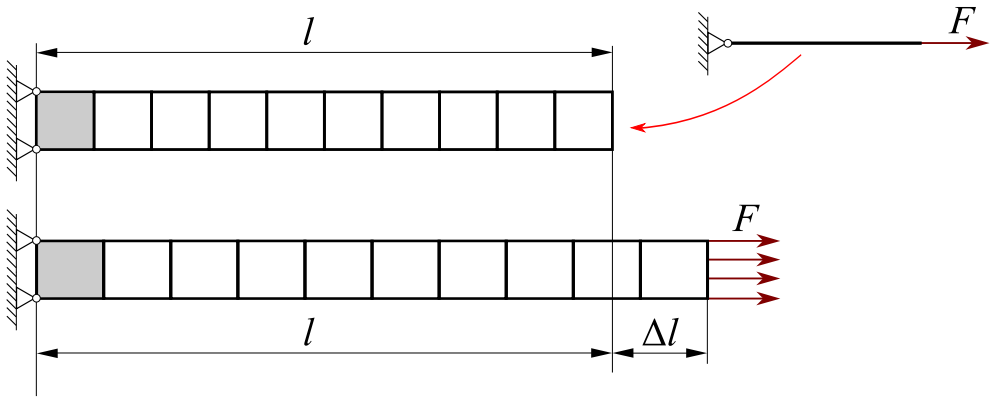
- podzielmy pręt na fragmenty o równej długości
- każdy fragment pod wpływem obciążenia wydłuży się o taką samą wartość
- suma wydłużeń wszystkich fragmentów składa się na wydłużenie pręta



Wydłużenie Δl

zmiana długości elementu wywołana obciążeniem

Odkształcenie – wydłużenie względne

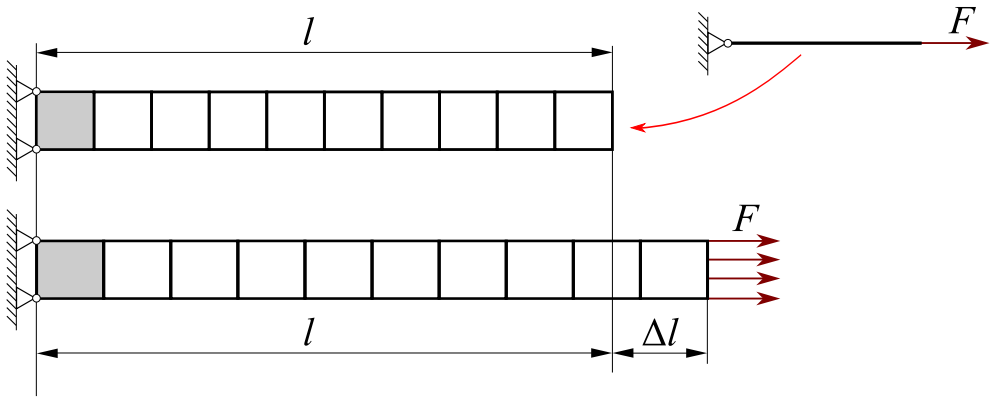


Odkształcenie ε

stosunek wydłużenia do długości początkowej

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Odkształcenie – wydłużenie względne



Odkształcenie ε

stosunek wydłużenia do długości początkowej

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Odkształcenie (definicja opisowa)

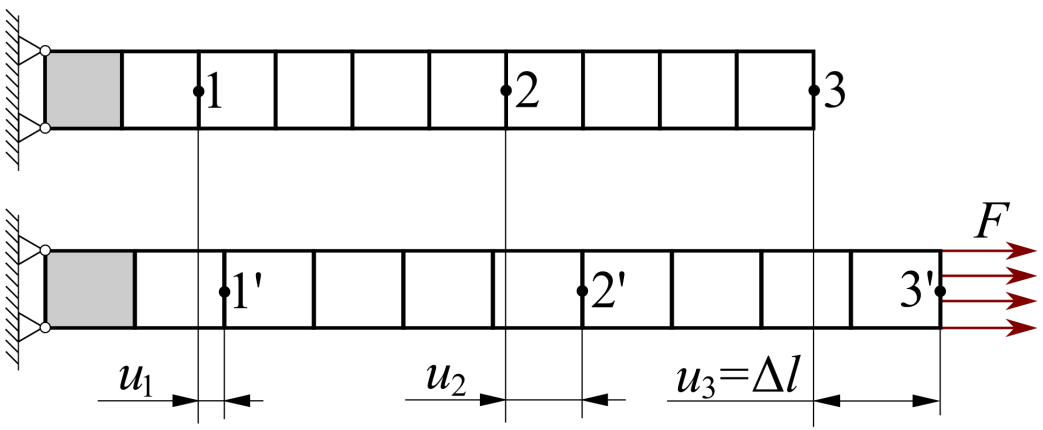
miara intensywności deformacji

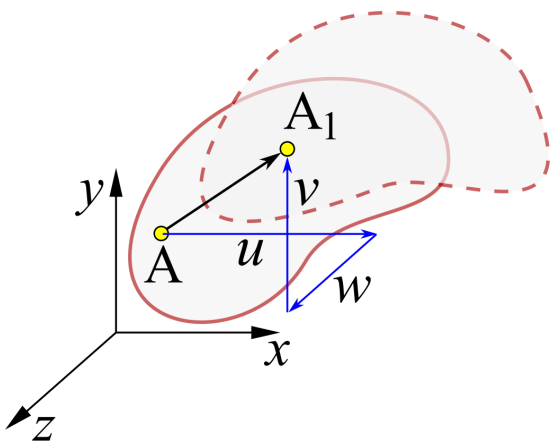
Przemieszczenie

- deformacja zachodzi, gdy zmienia się wzajemne przemieszczenie poszczególnych punków konstrukcji

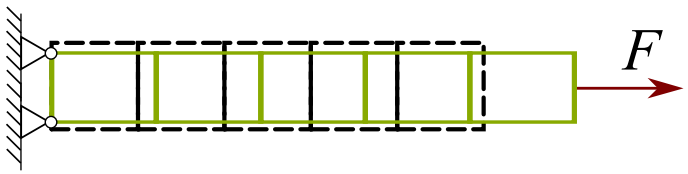
Przemieszczenie u

zmiana położenia wybranego punktu elementu konstrukcyjnego





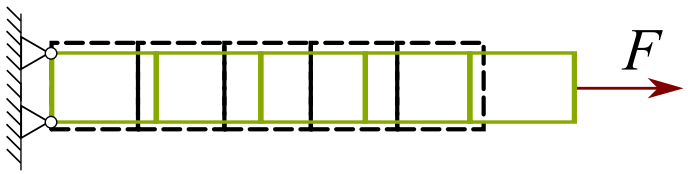
Deformacja poprzeczna – współczynnik Poisson'a



Współczynnik Poisson'a ν

współczynnik proporcjonalności między odkształceniem poprzecznym i wzdłużnym

Deformacja poprzeczna – współczynnik Poisson'a

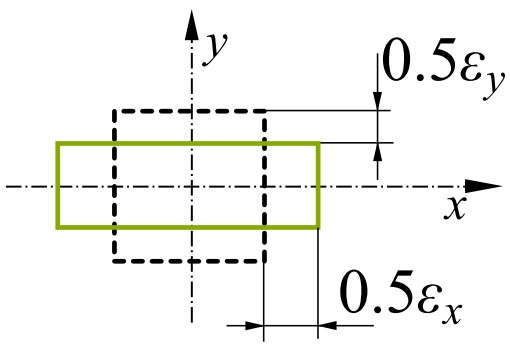


Wartości ν

- zakres: 0-0,5
- metale: 0,2-0,35

Współczynnik Poisson'a ν

współczynnik proporcjonalności między odkształceniem poprzecznym i wzdłużnym



$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$$

Neville Greaves, G. *Poisson's ratio over two centuries: Challenging hypotheses*, Notes and Records of the Royal Society, 67;(1):37-58, 2013.

Plan prezentacji

1. Zachowanie się materiału pod obciążeniem
   - Siły wewnętrzne – naprężenia
   - Deformacji materiału – odkształcenie
2. Badania eksperymentalne
   - Właściwości mechaniczne materiału

Badania eksperymentalne – wiek XVII

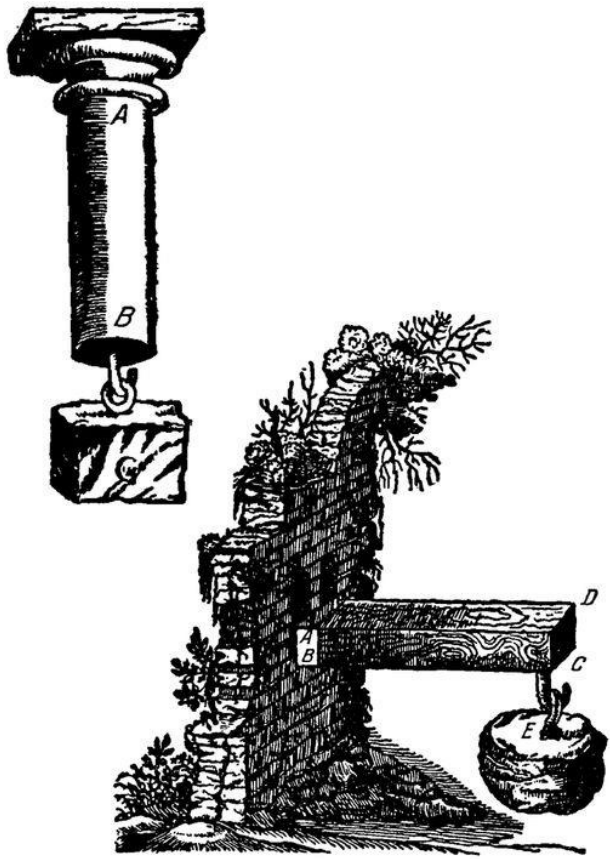
Galileo Galilei (1564-1642)



DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuoue ſcienze
Attenenti alla
MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI;
del Signor
GALILEO GALILEI LINCEO,
Filoſofo e Matematico primario del Sereniſſimo
Grand Duca di Toſcana.
Con vna Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

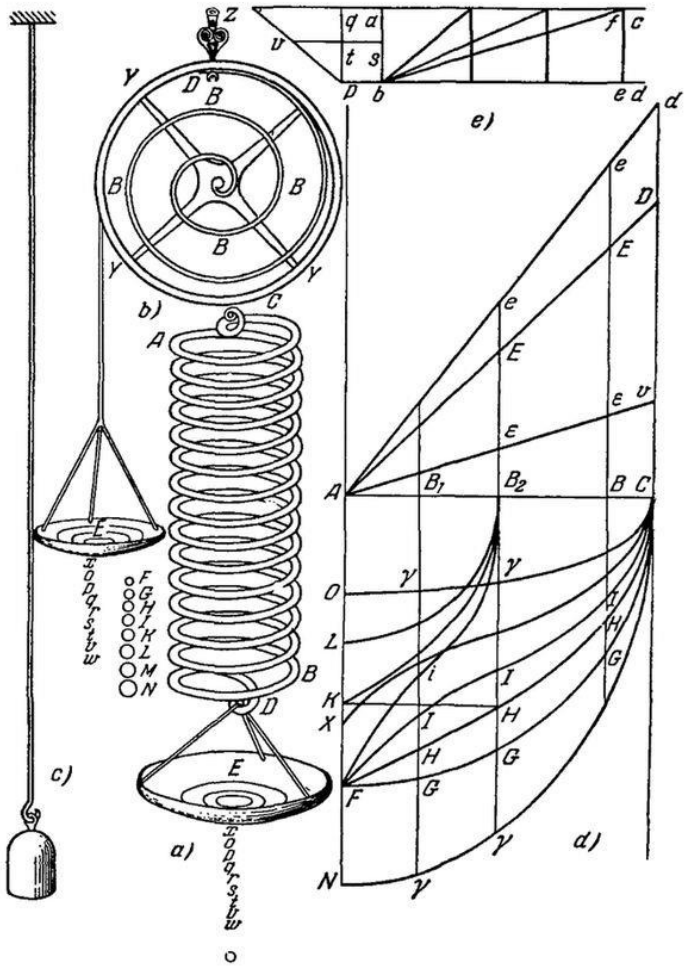
IN LEIDA,
Appreſſo gli Elſevirii. M. D. C. XXXVIII.

The title page of Galileo's book, "Two New Sciences."



Badania eksperymentalne – wiek XVII

Robert Hooke (1635-1703)



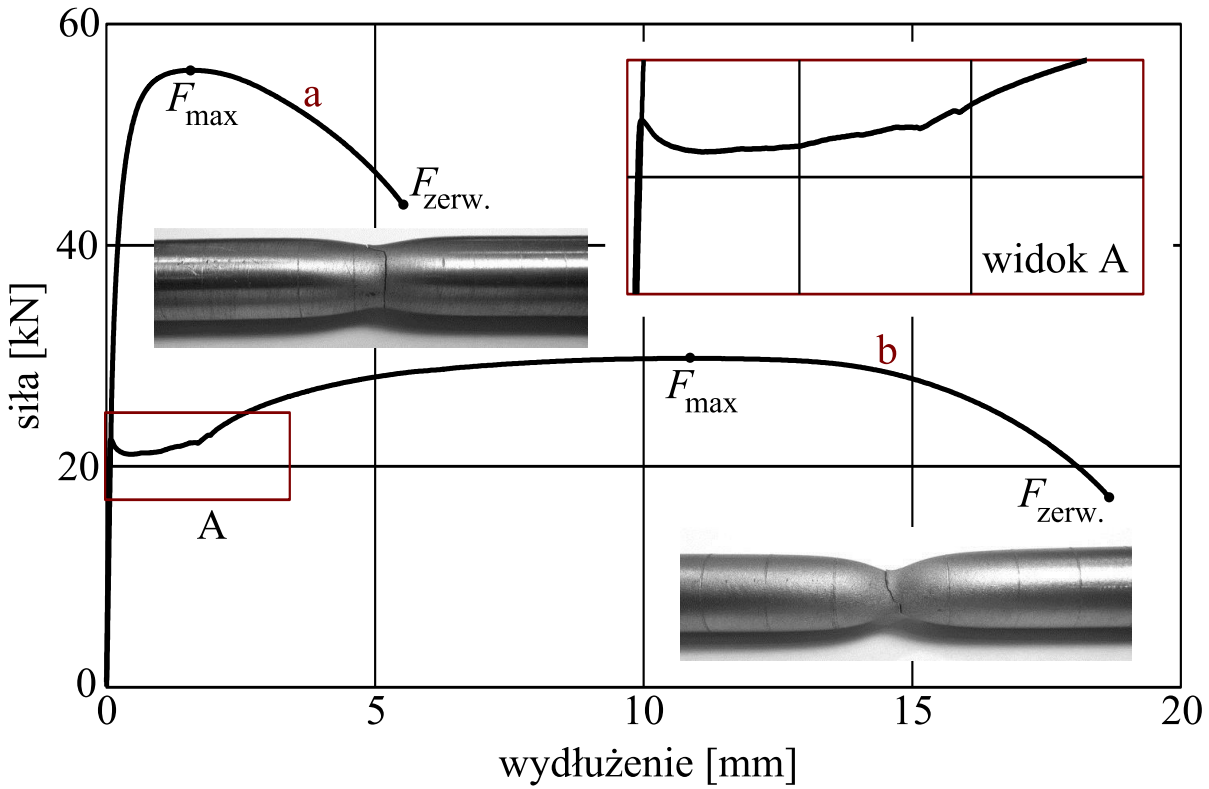
Krzywa rozciągania – maszyny wytrzymałościowe

- współcześnie właściwości mechaniczne materiałów wyznacza się na maszynach wytrzymałościowych



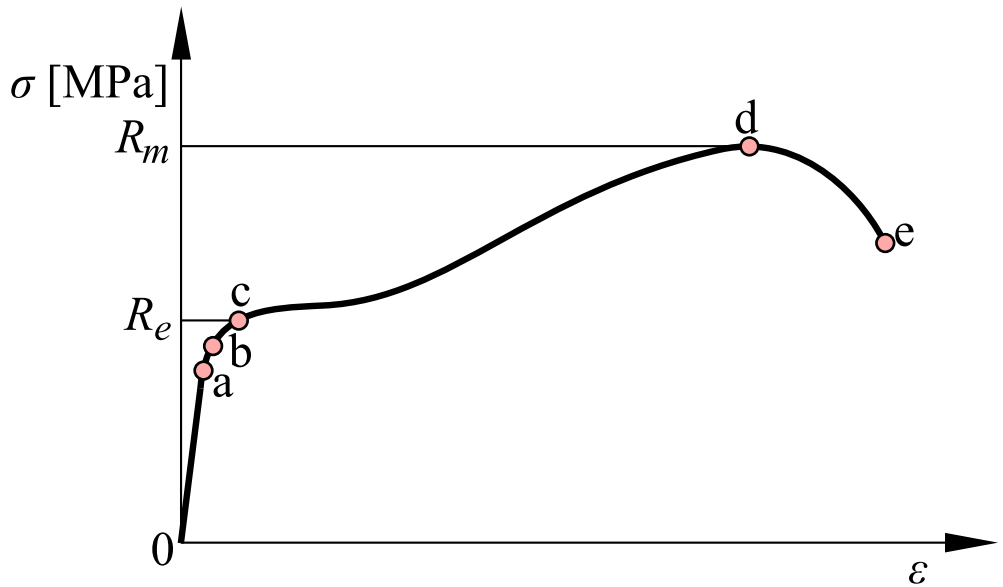
Krzywa rozciągania

- wynikiem próby rozciągania jest wykres przedstawiający zależność wydłużenia próbki od przyłożonej siły



Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

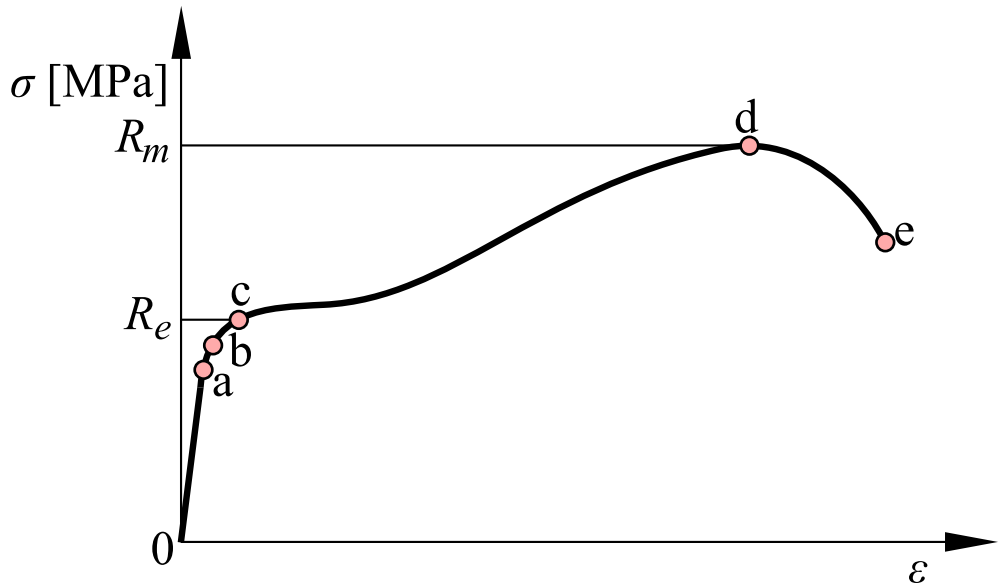


Granica proporcjonalności (a)

największe naprężenie, przy którym zależność $\sigma - \varepsilon$ jest liniowa

Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

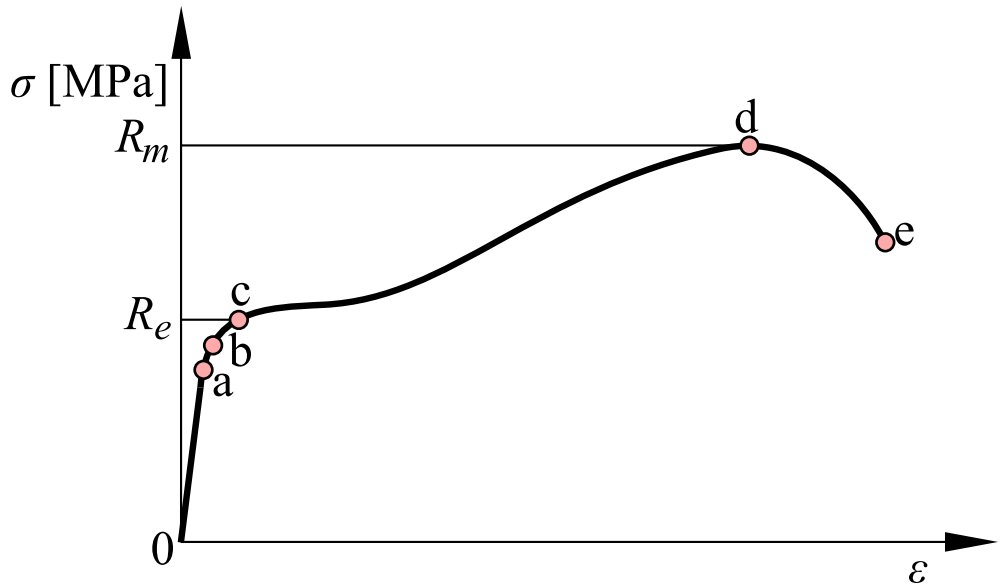


Granica sprężystości (b)

największe naprężenie, przy którym, po zakończeniu próby, nie pozostaje odkształcenie trwałe

Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

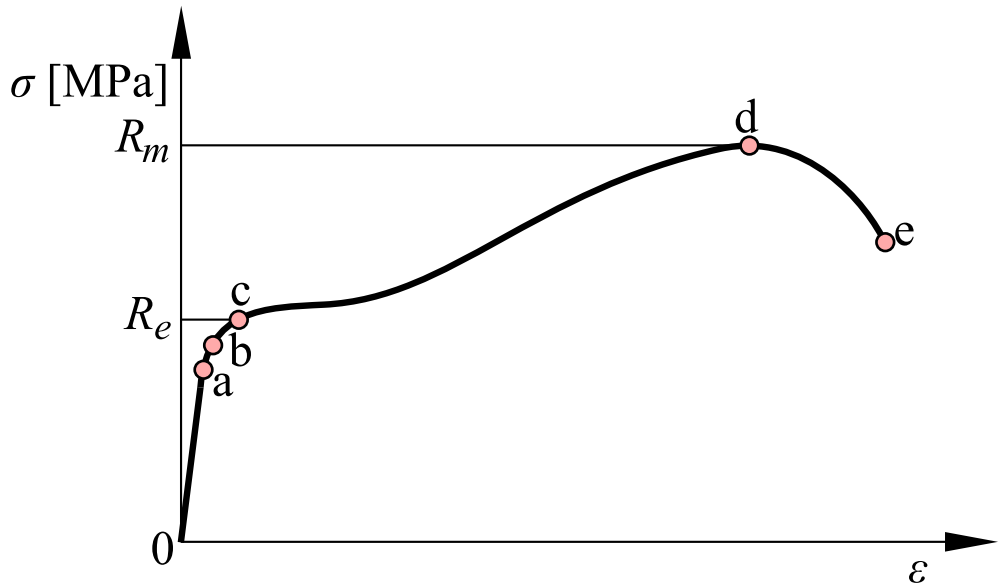


Granica plastyczności (płynięcia) (c)

naprężenie, przy którym następuje wzrost odkształcenia bez wzrostu naprężenia

Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

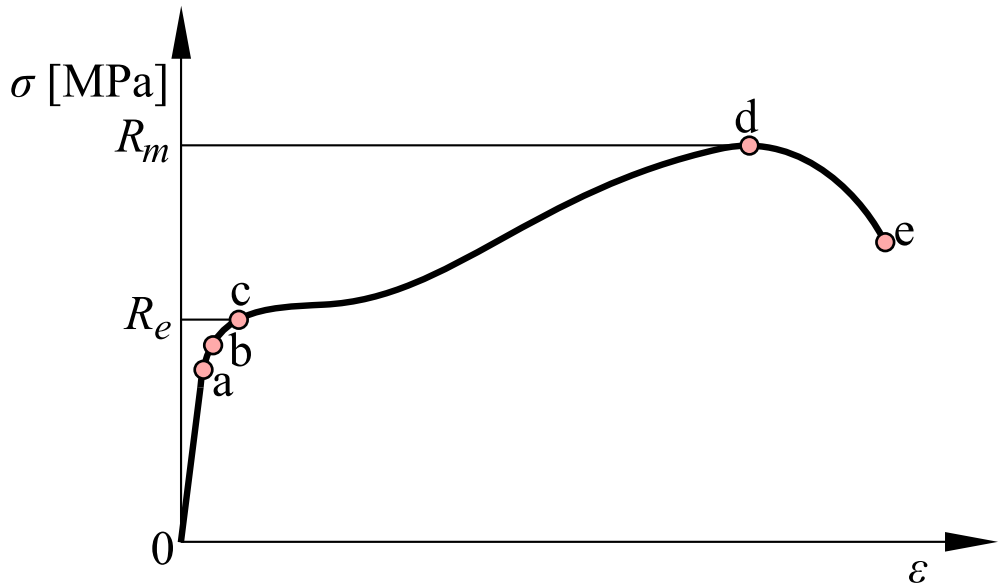


Doraźna wytrzymałość na rozciąganie (d)

największe naprężenie zaobserwowane w czasie próby

Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

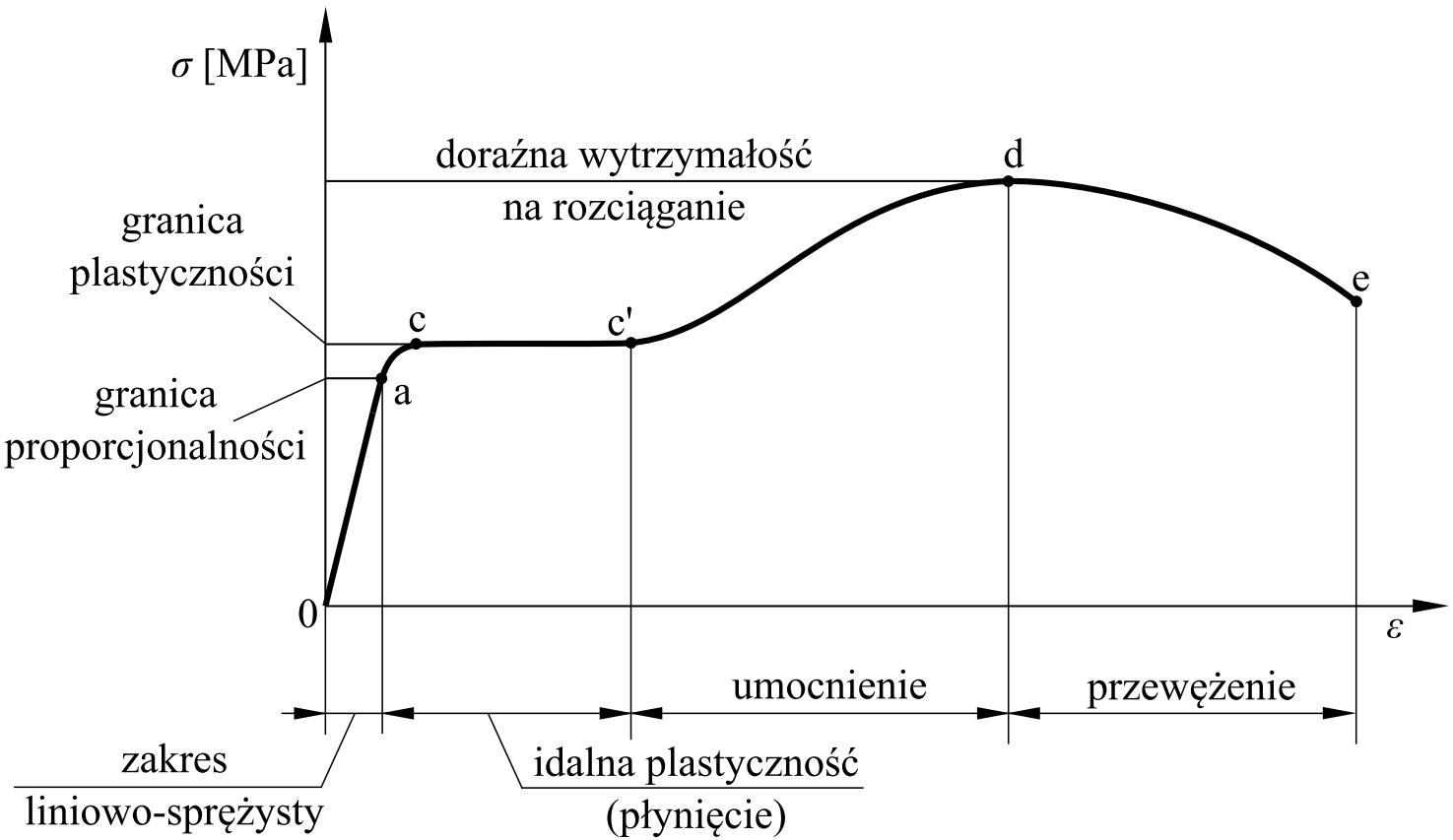


Naprężenie zrywające (e)

naprężenie, przy którym następuje zerwanie próbki

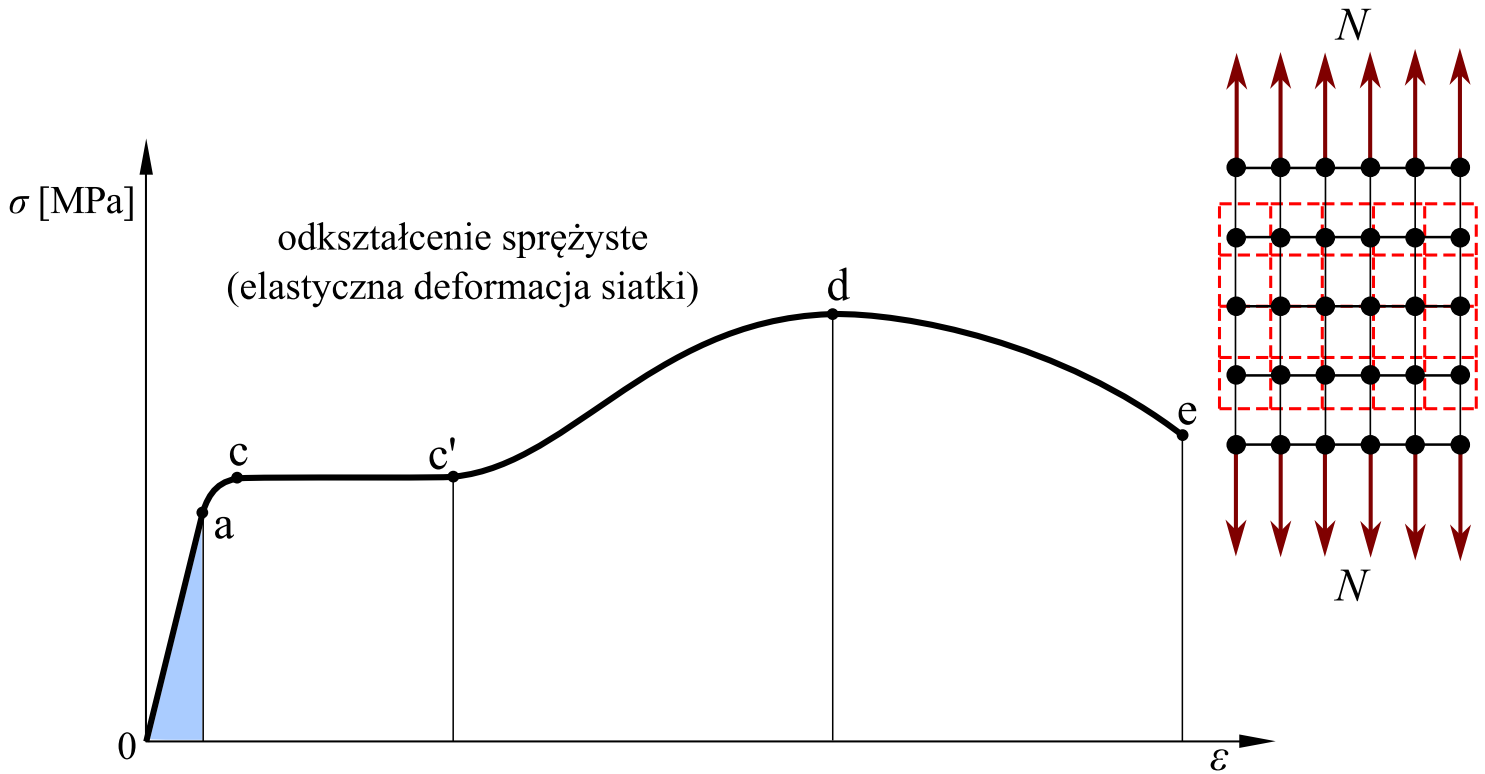
Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać cztery obszary, w których materiał zachowuje się inaczej



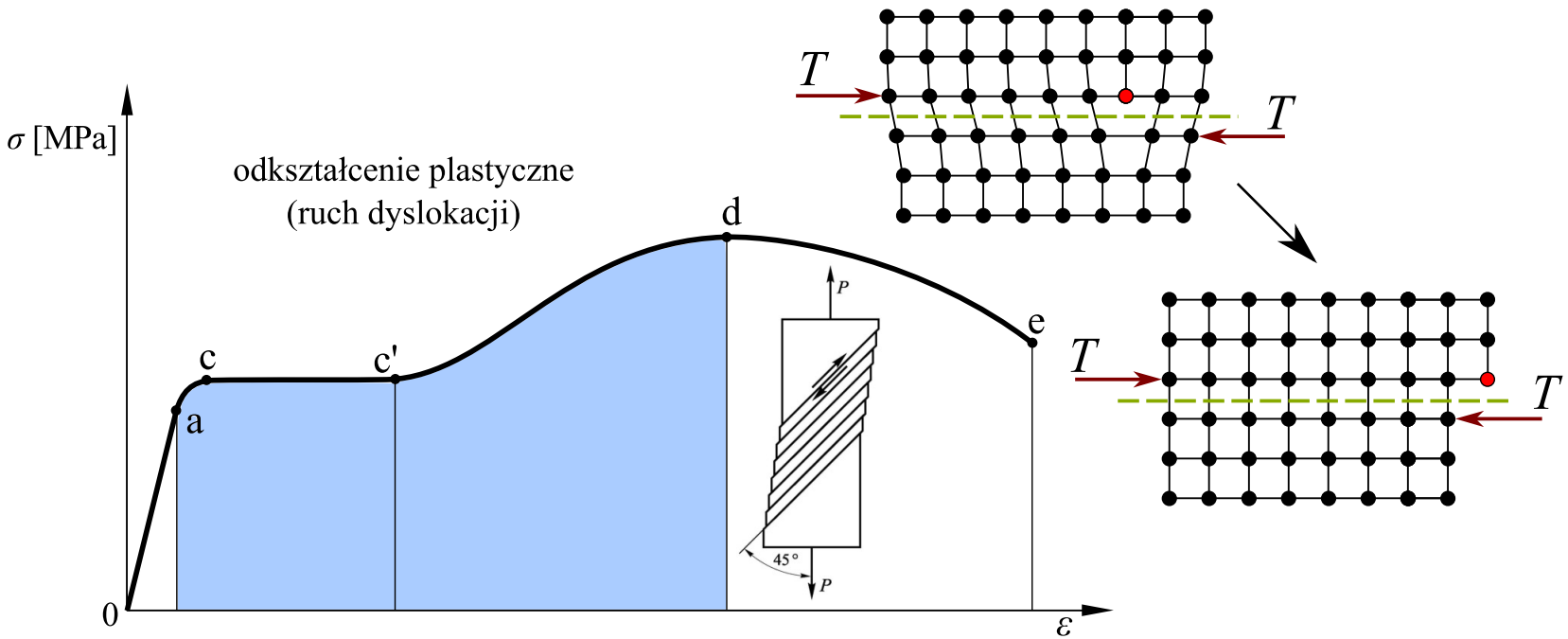
Krzywa rozciągania

- w obszarze sprężystym sieć atomów odkształca się sprężyście – po usunięciu obciążenia atomy wracają do pierwotnego położenia



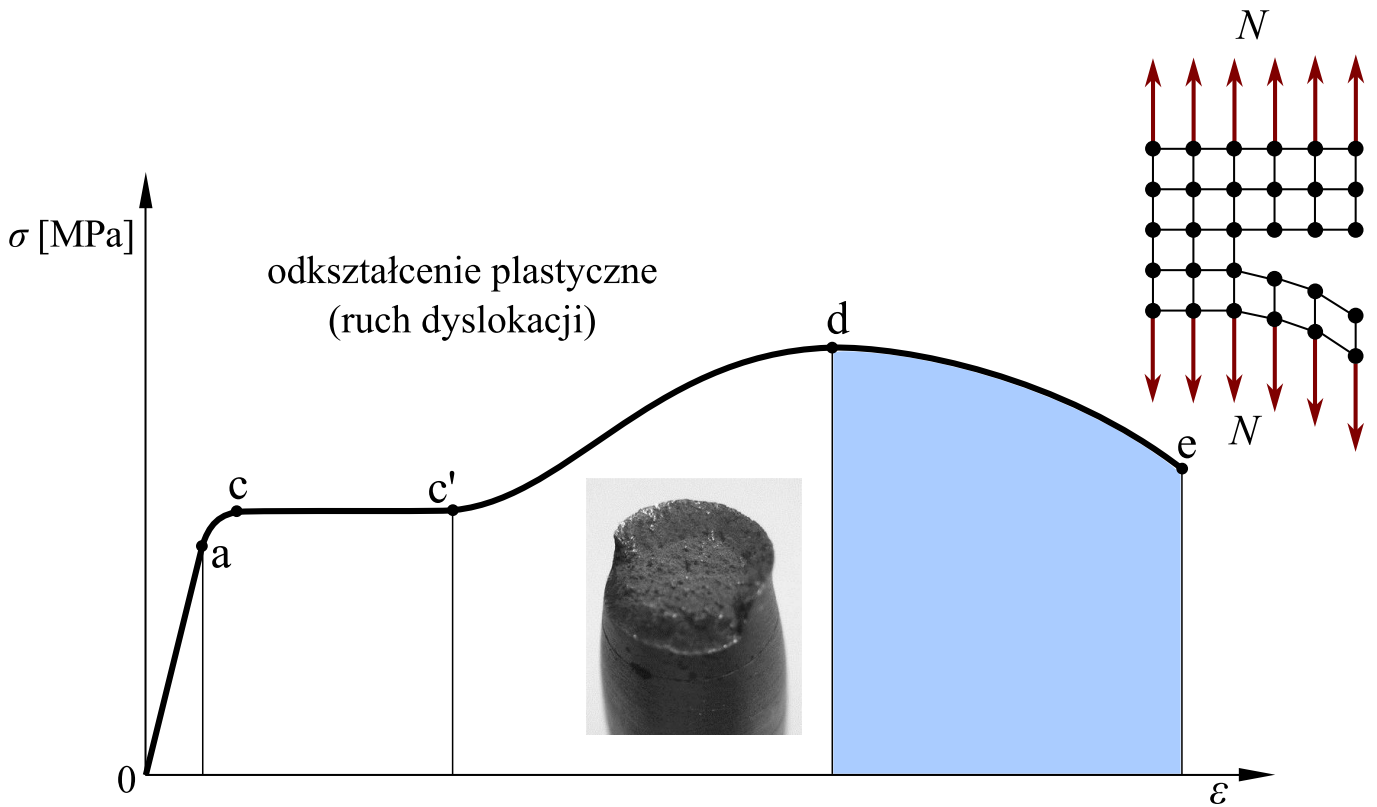
Krzywa rozciągania

- w obszarze plastycznym następuje ruch dyslokacji oraz powstawanie nowych dyslokacji



Krzywa rozciągania

- po pojawieniu się szyjki następuje sukcesywne oddzielanie się atomów – rozerwanie

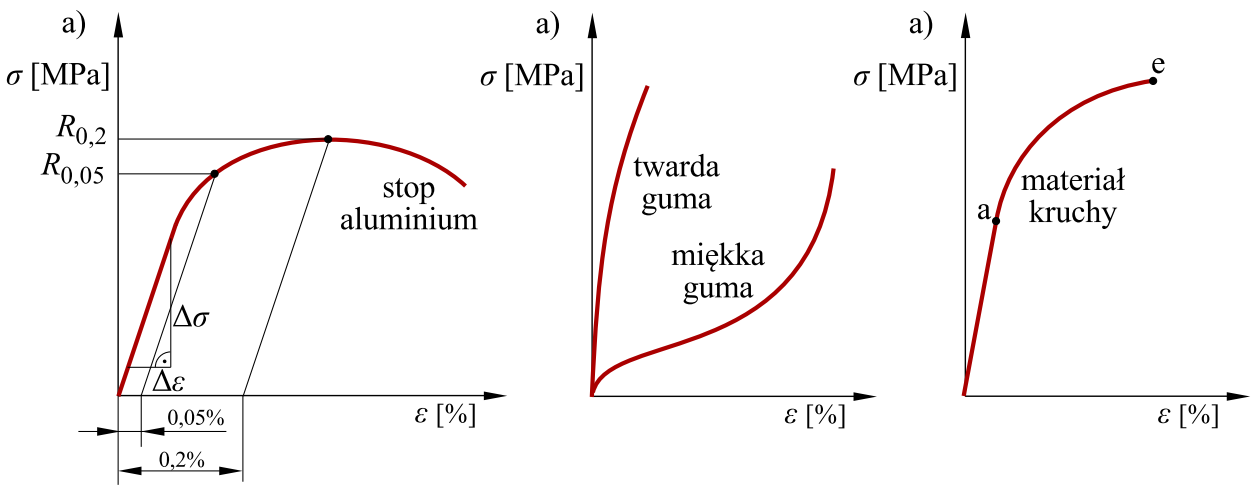


Krzywa rozciągania

Najważniejsze właściwości mechaniczne materiału odczytywane z krzywej rozciągania to:

- umowna granica plastyczności $R_{e,0,2}$
  - naprężenie, odpowiadające wydłużeniu równemu 0,2%
- moduł Younga E
  - stosunek przyrostu naprężeń do przyrostu odkształceń

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \mathrm{tg}\alpha$$



Krzywa rozciągania – plastyczność materiału

Plastyczność materiału (ciągliwość) w przypadku osiowego rozciągania opisuje się dwoma parametrami:

- procentowa zmiana przekroju
  - stal ciągliwa: 50%

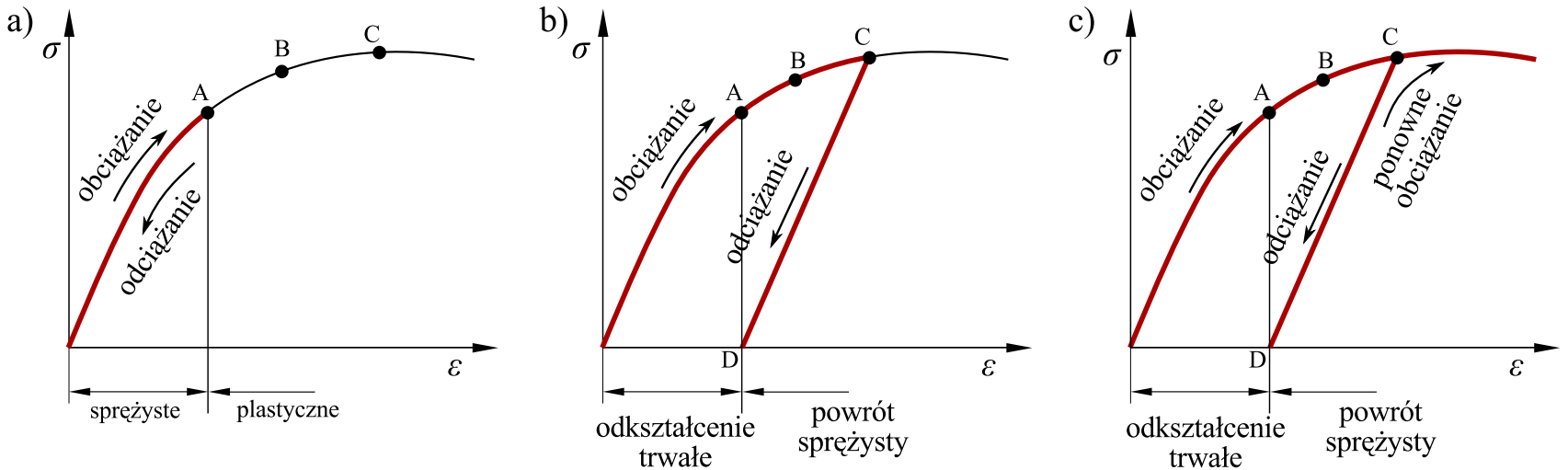
$$Z = \frac{A_0 - A_u}{A_0} \cdot 100\%$$

- procentowa wydłużenie
  - stal: 3-40%; stopy aluminium: 1-45%

$$A = \frac{l_u - l_0}{l_0} \cdot 100\%$$

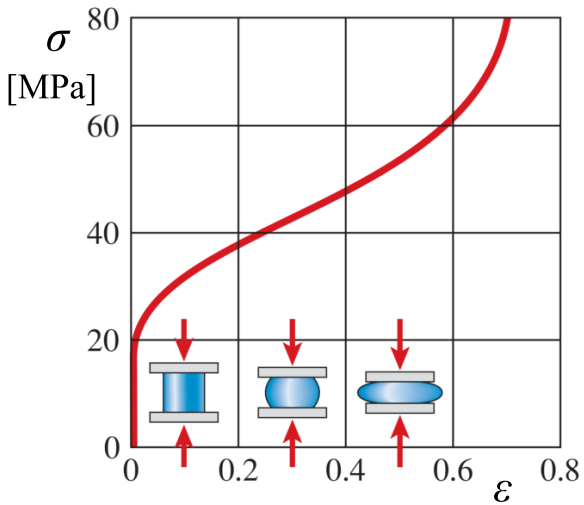
Krzywa rozciągania – odciążanie

- zachowanie się materiału przy odciążaniu zależy od tego, czy przekroczona zostanie granica sprężystości (punkt A)

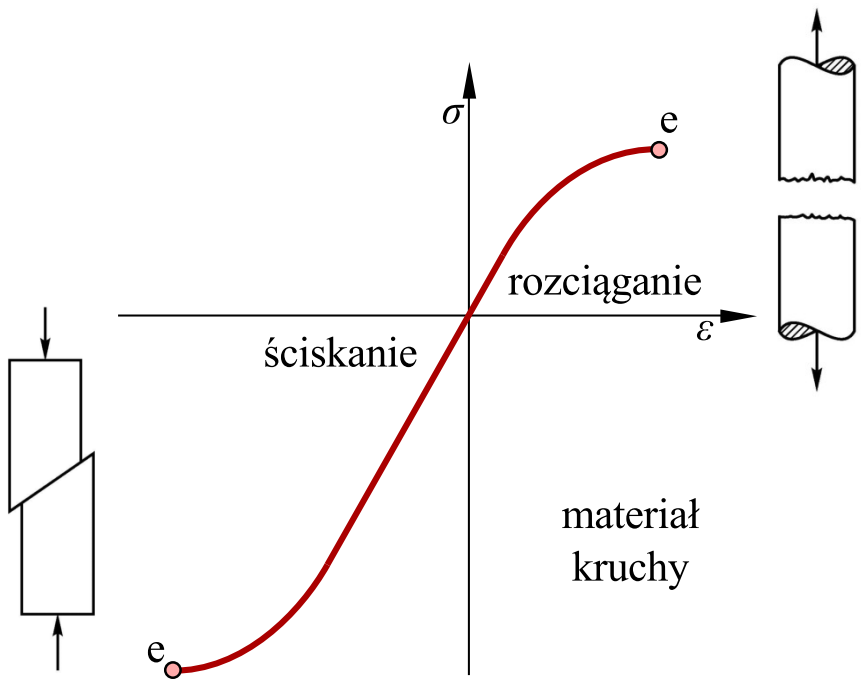


Krzywa rozciągania-ściskania

- niektóre materiały, jak np. pianki, bada się w próbie statycznego ściskania
- krzywe rozciągania i ściskania dla danego materiału mogą być różne



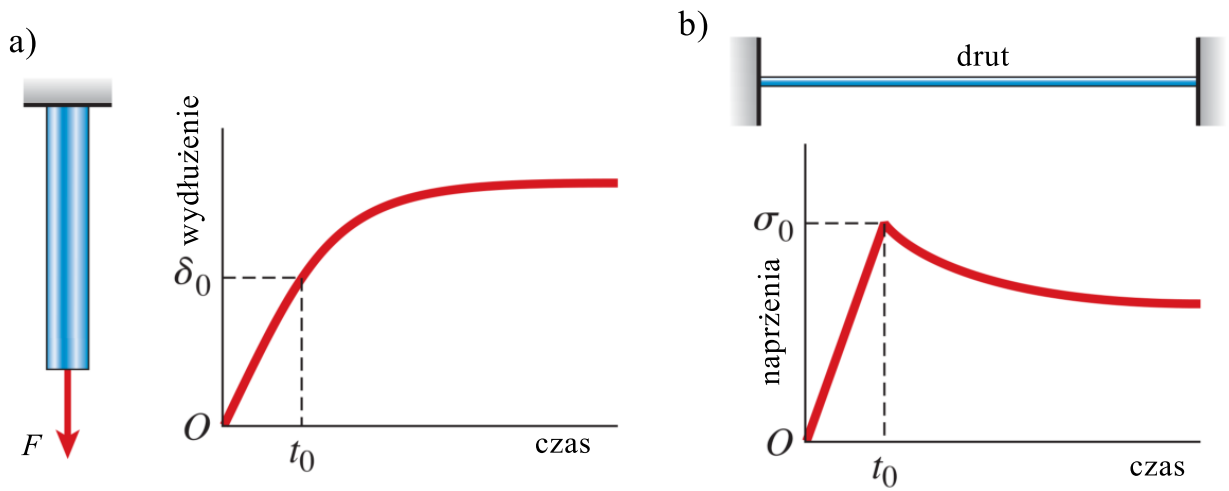
wykres ściskania miedzi



Zjawisko pełzania

Pełzanie

- zmiana naprężeń i odkształceń w obciążonym elemencie konstrukcyjnym, pojawiająca się z upływem czasu
- rozróżniamy:
  - pełzanie właściwe – zmiana odkształceń
  - relaksację – zmiana naprężeń



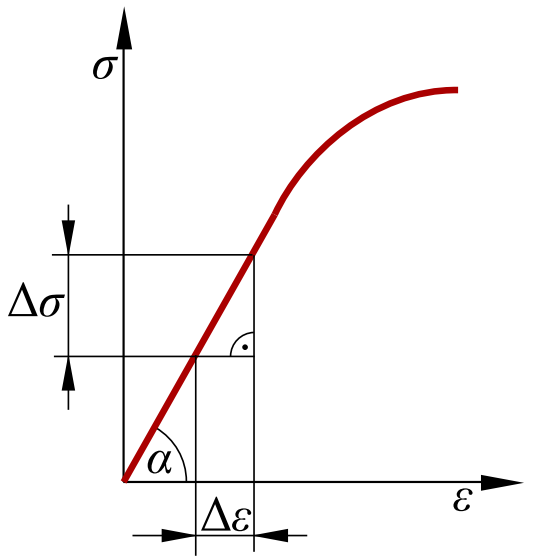
Właściwości mechaniczne wybranych materiałów

Materiał	ρ [kg/m^3]	E [MPa]	ν	R_m [MPa]
Stal	7850	200000	0,3	350
Aluminium	2700	70000	0,33	270
Szkło	2600	70000	0,2	–
Drewno	600	12000	–	–
Plastik	1000	2500	0,4	40
Guma	1100	2	0,45	–

Prawo Hooke'a przy osiowym rozciąganiu

Związki opisujące zachowanie się pręta w stanie czystego rozciągania lub ściskania:

- naprężenie: $\sigma = \dfrac{F}{A}$
- odkształcenie: $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l}$
- prawo Hooke'a dla jednoosiowego stanu naprężeń: $\sigma = E\varepsilon$



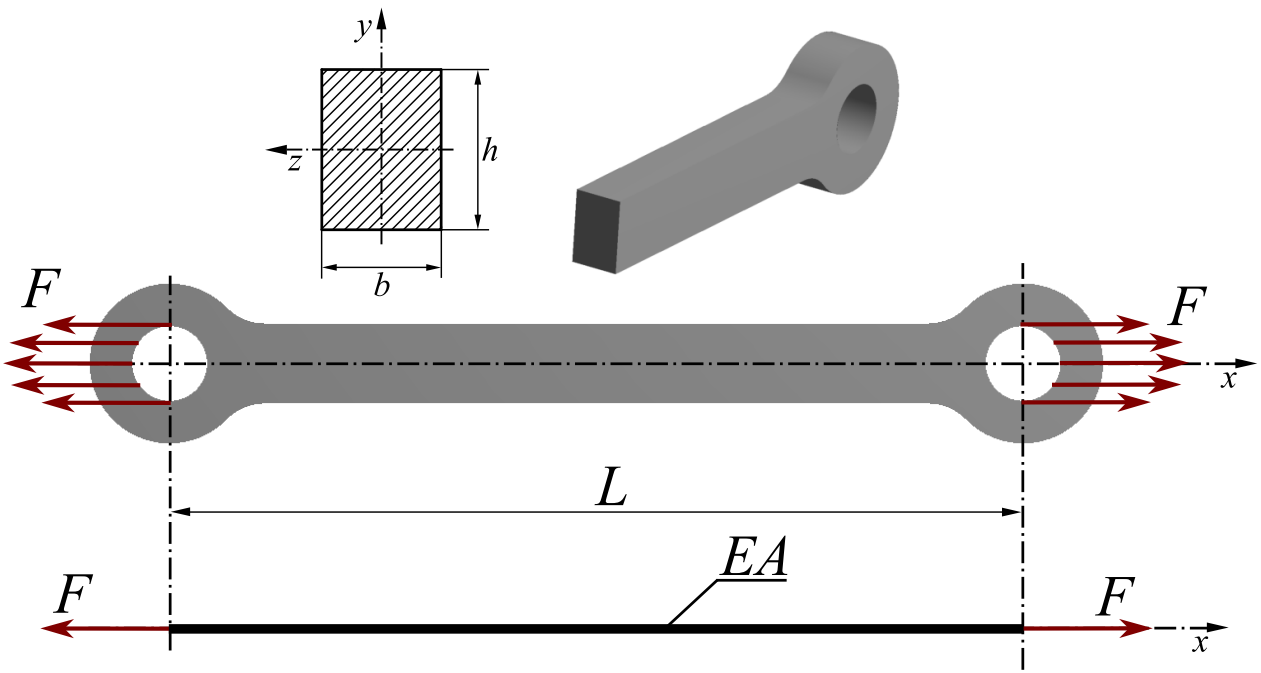
- prawo Hooke'a dla rozciągania: $\Delta l = \dfrac{Fl}{EA}$

Wszystkie powyższe związki są związkami liniowymi

Wydłużenie pręta rozciąganego

Przykład

Wyznaczyć wydłużenie łącznika stalowego o długości $L = 320$ mm obciążonego siłą osiową $F = 50$ kN. Wymiary przekroju poprzecznego: $h = 30$ mm, $b = 20$ mm. Właściwości mechaniczne materiału: $E = 2 \cdot 10^5$ MPa, $\nu = 0,3$.



Wydłużenie pręta rozciąganego

Przykład

Wyznaczyć wydłużenie łącznika stalowego o długości $L = 320$ mm obciążonego siłą osiową $F = 50$ kN. Wymiary przekroju poprzecznego: $h = 30$ mm, $b = 20$ mm. Właściwości mechaniczne materiału: $E = 2 \cdot 10^5$ MPa, $\nu = 0,3$.

