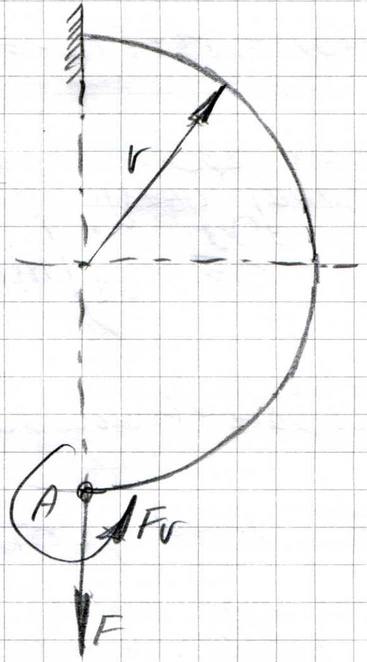
PRZYKŁAD 1

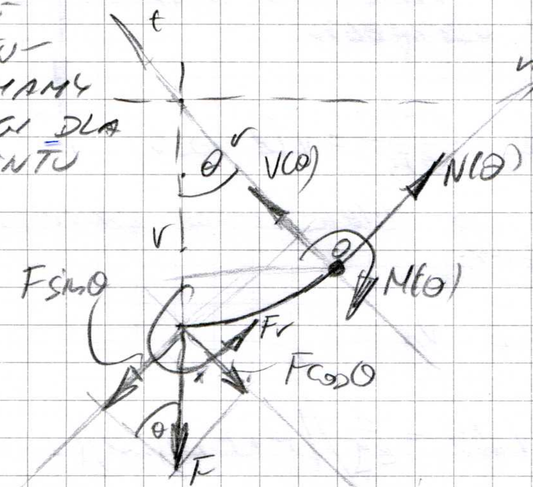
DLA PRĘTA PRZEDSTAWIONEGO NA RYSUNKU WYZNACZYĆ:
- ROZKŁADY SIŁ WEWNĘTRZNYCH
- PRZEMIESZCZENIA PIONOWE I POZIOME WOLNEGO KOŃCA
- KĄT OBROTU WOLNEGO KOŃCA

ZADANE PARAMETRY:
- SIŁA F
- PROMIEŃ r



ABY WYZNACZYĆ ROZKŁADY SIŁ WEWNĘTRZNYCH KORZYSTAMY Z METODY PRZEKROI MYŚLOWYCH. ODMIERZAMY KĄT „θ" OD PUNKTU „A" W KIERUNKU PRZECIWNYM DO RUCHU WSKAZÓWEK ZEGARA

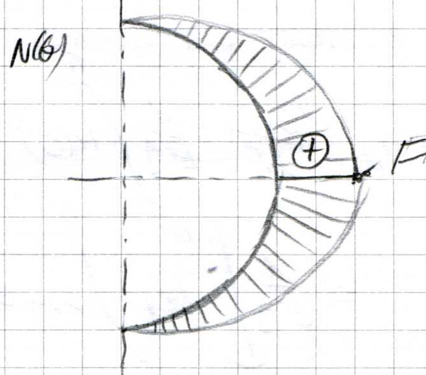
RÓWNANIA OPISUJĄCE ROZKŁADY SIŁ WEWNĘTRZNYCH OTRZYMAMY Z RÓWNAŃ RÓWNOWAGI DLA ODCIĘTEGO FRAGMENTU PRĘTA:



$\Sigma F_n = 0$

$-F\sin\theta + V(\theta) = 0$

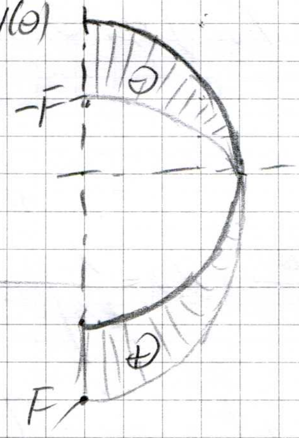
$N(\theta) = F\sin\theta$



$\Sigma F_t = 0$

$-F\cos\theta + V(\theta) = 0$

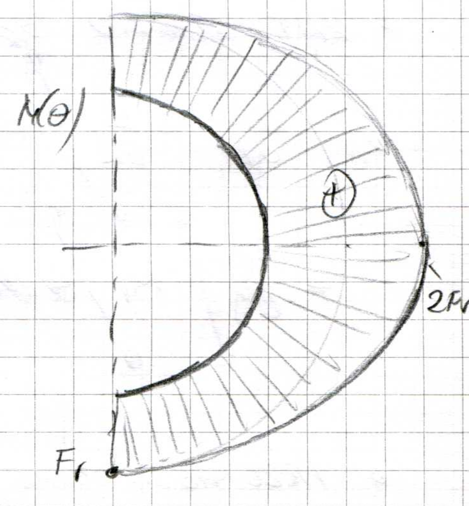
$V(\theta) = F\cos\theta$



$\Sigma M_0 = 0$

$-Fr - Fr\sin\theta + M(\theta) = 0$

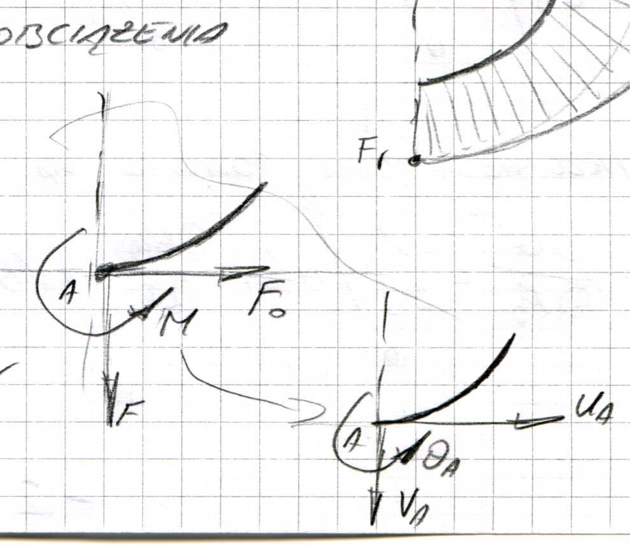
$M(\theta) = Fr + Fr\sin\theta$



ABY WYZNACZYĆ PRZEMIESZCZENIA I KĄT OBROTU, SKORZYSTAMY Z TWIERDZENIA CASTIGLIANO, LICZĄC POCHODNĄ ENERGII ODKSZTAŁCENIA SPRĘŻYSTEGO WZGLĘDEM WŁAŚCIWEGO OBCIĄŻENIA. PONIEWAŻ W KIERUNKU POZIOMYM NIE DZIAŁA ŻADNE OBCIĄŻENIE, WPROWADZAMY SIŁĘ ZEROWĄ „$F_0 = 0$"

$$u_A = \frac{\partial U}{\partial F_0}; \quad v_A = \frac{\partial U}{\partial F}; \quad \theta_A = \frac{\partial U}{\partial M}$$

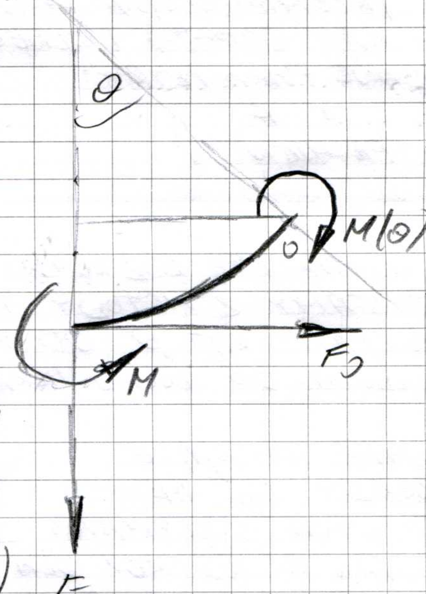
GDZIE: $M = Fr$



KORZYSTAJĄC Z METODY PRZEKROI MYŚLOWYCH, ZAPISZMY RÓWNANIE MOMENTU PRAWDZIWE DLA KAŻDEGO Z TRZECH PRZYPADKÓW. (OGRANICZAMY SIĘ PRZY TYM DO ENERGII GENEROWANEJ PRZEZ MOMENT GNĄCY)

$$\Sigma M_0 = 0 \,\Big|\, -M - Fr\sin\theta - F_0 r(1-\cos\theta) + M(\theta) = 0$$

$$\boxed{M(\theta) = M + Fr\sin\theta + F_0 r(1-\cos\theta)}$$



PONIEWAŻ BĘDZIEMY KORZYSTALI ZE ZMODYFIKOWANEJ WERSJI TWIERDZENIA CASTIGLIANO

$$\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i} = \frac{1}{EJ}\int M(x)\frac{\partial M(x)}{\partial P_i}\,dx,$$

WYZNACZYMY JESZCZE POCHODNE MOMENTU $M(\theta)$ WZGLĘDEM POSZCZEGÓLNYCH OBCIĄŻEŃ

$$\frac{\partial M(\theta)}{\partial F} = r\sin\theta, \quad \frac{\partial M(\theta)}{\partial M} = 1, \quad \frac{\partial M(\theta)}{\partial F_0} = r(1-\cos\theta)$$

PODSTAWIAJĄC MOMENT $M(\theta)$ DO TWIERDZENIA CASTIGLIANO PAMIĘTAMY, ŻE $F_0 = 0$. MAMY ZATEM:

- PRZEMIESZCZENIE PIONOWE v_A:

$$v_A = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{1}{EJ}\int_0^\pi M(\theta)\frac{\partial M(\theta)}{\partial F}\, r\,d\theta = \frac{1}{EJ}\int_0^\pi (M+Fr\sin\theta)(r\sin\theta)\, r\,d\theta =$$

$$= \frac{1}{EJ}\left[Mr^2\int_0^\pi \sin\theta\, d\theta + Fr^3\int_0^\pi \sin^2\theta\, d\theta\right] =$$

- KĄT OBROTU θ_A:

$$\theta_A = \frac{\partial U}{\partial M} = \frac{1}{EJ}\int_0^\pi M(\theta)\frac{\partial M(\theta)}{\partial M}\, r\,d\theta = \frac{1}{EJ}\int_0^\pi (M+Fr\sin\theta)(1)\cdot r\,d\theta =$$

$$= \frac{1}{EJ}\left[Mr\int_0^\pi \theta\, d\theta + Fr^2\int_0^\pi \sin\theta\, d\theta\right] =$$

- PRZEMIESZCZENIE POZIOME u_A:

$$u_A = \frac{\partial U}{\partial F_0} = \frac{1}{EJ}\int_0^\pi M(\theta)\frac{\partial M(\theta)}{\partial F_0}\, r\,d\theta = \frac{1}{EJ}\int_0^\pi (M+Fr\sin\theta)\left[r(1-\cos\theta)\right] r\,d\theta =$$