

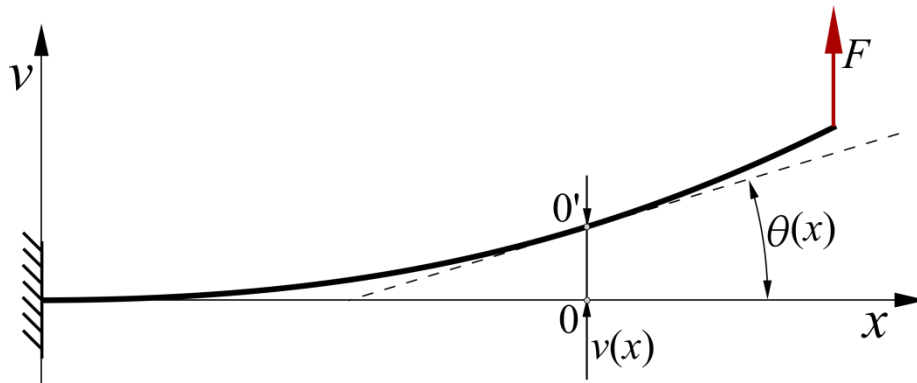
Wytrzymałość materiałów II

Zginanie - linia ugięcia belki

Linie ugięcia belki wyznaczamy, rozwiązując przybliżone równanie różniczkowe linii ugięcia belki

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI}$$

Po podwójnym scałkowaniu otrzymujemy równanie $v(x)$. Pierwsze scałkowanie pozwala uzyskać równanie kąta obrotu belki $\theta(x)$.



Wytrzymałość materiałów II

Zginanie - linia ugięcia belki

Wyznaczenie linii ugięcia belki wymaga zapisania równania momentu gnącego $M(x)$.

Ponieważ w belkach wieloprzedziałowych równanie to jest inne w każdym przedziale, niezbędny jest sposób na taki zapis jednego równania, aby było ono prawdziwe dla każdego przedziału.

Można to osiągnąć stosując metodę Clebscha.

Zasady metody Clebscha:

- każdy składnik równania momentu zapisujemy jako iloczyn obciążenia i współrzędnej wskazującej jego położenie względem rozpatrywanego punktu; czyli:

$$M(x - x_i)^0; \quad F(x - x_i); \quad \frac{1}{2}q(x - x_i)^2$$

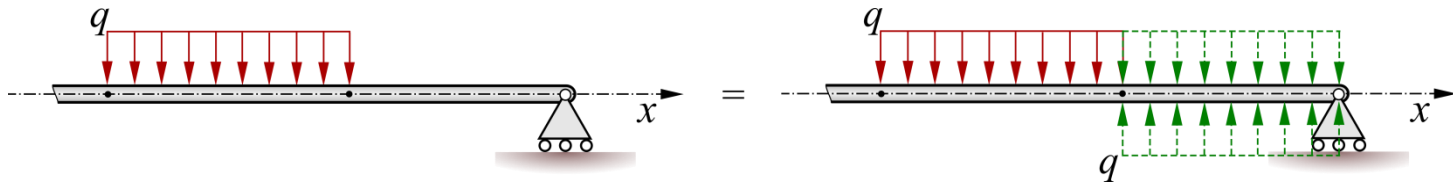
Wytrzymałość materiałów II

Zginanie - linia ugięcia belki

- całkujemy bez rozwijania wyrażeń typu $(x - x_i)^n$, tzn.

$$\int (x - x_i)^n dx = \frac{(x - x_i)^{n+1}}{n + 1} + C$$

- każde obciążenie ciągłe, kończące się przed końcem belki, przedłużamy do jej końca, przykładając jednocześnie obciążenie o przeciwnym zwrocie i tej samej wartości na odcinku nieobciążonym



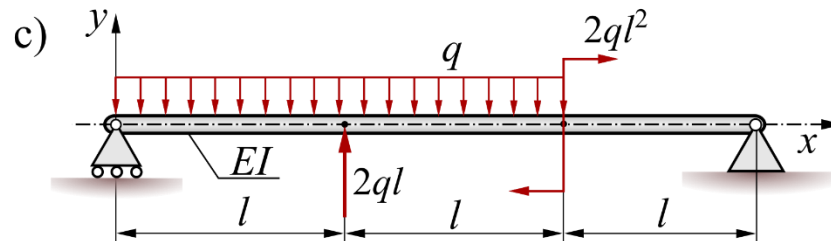
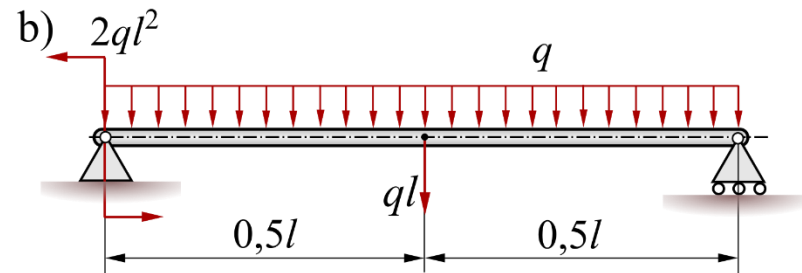
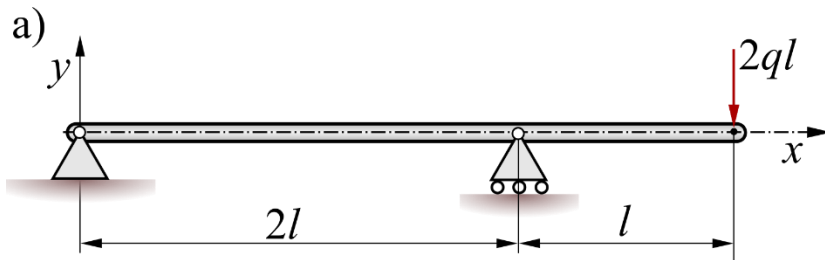
Wytrzymałość materiałów II

Zginanie - linia ugięcia belki

Dla belek przedstawionych na rysunkach przedstawić:

- wykresy sił poprzecznych,
- wykresy kąta obrotu i ugięcia.


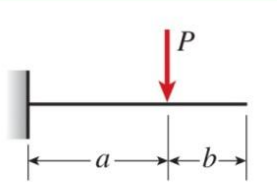

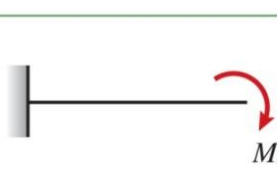
Wielkości zadane: długość l , intensywność obciążenia q , sztywność EI



Wytrzymałość materiałów II

Zginanie - linia ugięcia belki

Dla prostych przykładów belek, wyrażenia na ugięcia i kąty obrotu można znaleźć w literaturze.

	$v = -\frac{Px^2}{6EI}(3L - x) \quad v' = -\frac{Px}{2EI}(2L - x)$ $\delta_B = \frac{PL^3}{3EI} \quad \theta_B = \frac{PL^2}{2EI}$
	$v = -\frac{Px^2}{6EI}(3a - x) \quad v' = -\frac{Px}{2EI}(2a - x) \quad (0 \leq x \leq a)$ $v = -\frac{Pa^2}{6EI}(3x - a) \quad v' = -\frac{Pa^2}{2EI} \quad (a \leq x \leq L)$
<p>At $x = a$:</p> 	$v = -\frac{Pa^3}{3EI} \quad v' = -\frac{Pa^2}{2EI}$ $\delta_B = \frac{Pa^2}{6EI}(3L - a) \quad \theta_B = \frac{Pa^2}{2EI}$
	$v = -\frac{M_0x^2}{2EI} \quad v' = -\frac{M_0x}{EI}$ $\delta_B = \frac{M_0L^2}{2EI} \quad \theta_B = \frac{M_0L}{EI}$

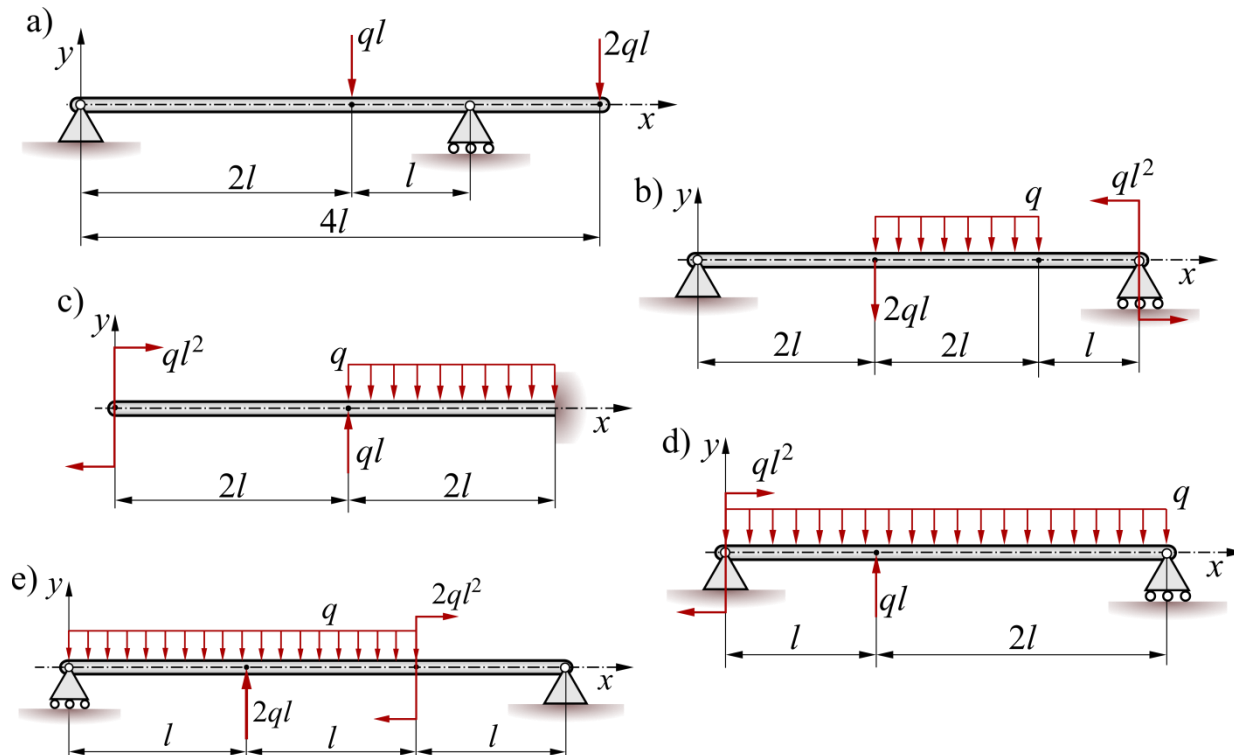
Wytrzymałość materiałów II

Zginanie - linia ugięcia belki

Dla belek przedstawionych na rysunkach przedstawić:

- wykresy sił poprzecznych,
- wykresy kąta obrotu i ugięcia.

Wielkości zadane: długość l , intensywność obciążenia q , sztywność EI

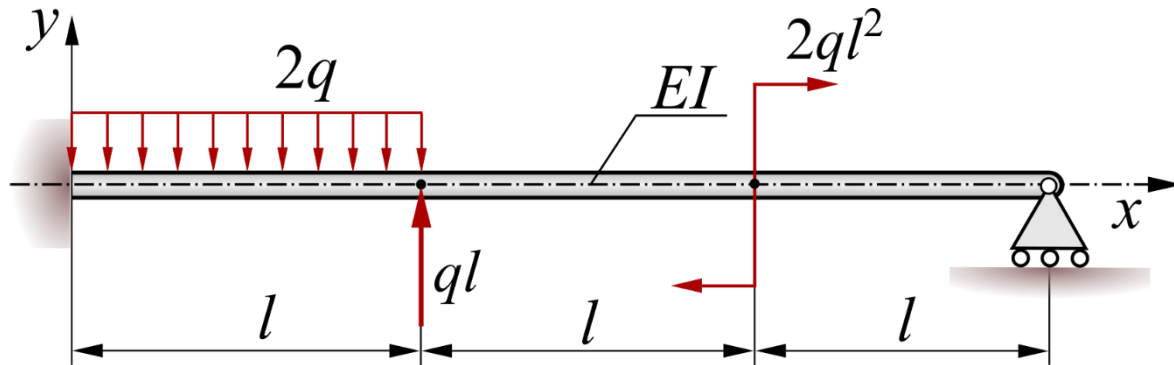


Wytrzymałość materiałów II

Zginanie - belki statycznie niewyznaczalne

Stosując metodę Clebsch'a wyznaczyć reakcje w podporach belki przedstawionej na rysunku.

Dana jest sztywność belki EI , intensywność obciążenia q oraz długość l .



Wytrzymałość materiałów II

Zginanie - belki statycznie niewyznaczalne

Stosując metodę Clebsch'a wyznaczyć reakcję w lewej podporze belki przedstawionej na rysunku.

Dana jest sztywność belki EI , intensywność obciążenia q oraz długość l .

