

Analiza Wytrzymałościowa Konstrukcji Mechanicznych

Wprowadzenie

dr hab. inż. Paweł JASION

e-mail: `pawel.jasion@put.poznan.pl`

www: `pawel.jasion.pracownik.put.poznan.pl`

Politechnika Poznańska
Instytut Mechaniki Stosowanej
Zakład Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji

Konsultacje

- wtorek, środa: 09:30-10:15
- pokój: MC404, budynek: A5 (kampus Piotrowo)

Organizacja przedmiotu

- wykład/ćwiczenia/laboratorium – 15/15/15 godzin

Zaliczenie

- wykład: kolokwium
- ćwiczenia: kolokwium
- laboratorium: wykonanie sześciu ćwiczeń; oddanie sześciu sprawozdań

Cel przedmiotu

zrozumienie, jak materiał oraz elementy konstrukcyjne zachowują się pod obciążeniem

Jakiej wiedzy potrzebujemy

- wytrzymałość materiałów
 - aby rozumieć deformację, rozkład naprężeń, przepływ sił
- materiałoznawstwo
 - aby rozumieć wpływ struktury materiału na jego zachowanie
- wyniki eksperymentów
 - aby wyznaczyć własności mechaniczne materiału i zrozumieć mechanizmy deformacji i zniszczenia
- matematyka
 - aby opisać związki między wielkościami (naprężenia, odkształcenia, itd.)

Zakres przedmiotu

- zachowanie się materiału pod obciążeniem
- wprowadzenie podstawowych pojęć: przemieszczenie, deformacja, odkształcenie, naprężenie
- energia odkształcenia sprężystego
- zastosowanie metod energetycznych w mechanice
 - twierdzenie Castigliano
 - stateczność konstrukcji
 - obciążenie uderowe
- pręty zakrzywione
- rury grubościennne
- wprowadzenie do teorii płyt i powłok

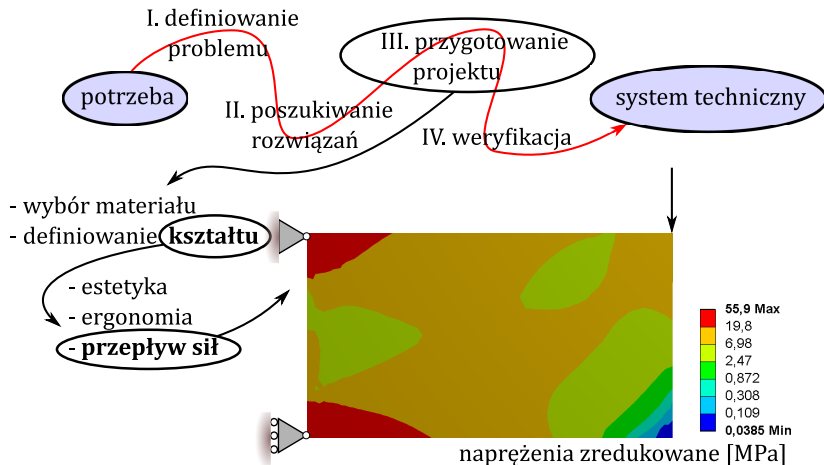
- ① Dyląg Z., Jakubowicz A., Orłoś Z. *Wytrzymałość materiałów. Tom I i II*, WNT, Warszawa, 2013
- ② Ostwald M. *Podstawy wytrzymałości materiałów i konstrukcji*, WPP, Poznań, 2017
- ③ Timoshenko S. *Strength of Materials, part I and II: Advanced Theory and Problems*, D. Van Nostrand Company, Inc., New York, 1947
- ④ Nash WA. *Schaum's Outline of Theory and Problems of Strength of Materials*, McGraw-Hill, New York, 1998.
- ⑤ Boresi AP., Schmidt RJ. *Advanced Mechanics of Materials*, Joh Willey & Sons, Inc., New York, 2003.
- ⑥ Gere JM., Goodno BJ. *Mechanics of materials*, Cengage Learning, Australia, 2009

- 1 Wprowadzenie
 - Wytrzymałość materiałów w procesie projektowym
- 2 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
 - Deformacja i zniszczenie
- 3 Podstawowe definicje
 - Definicja naprężeń; siły wewnętrzne
 - Deformacja; przemieszczenia i odkształcenia
 - Związki fizyczne

Plan wykładu

- 1 Wprowadzenie
 - Wytrzymałość materiałów w procesie projektowym
- 2 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
 - Deformacja i zniszczenie
- 3 Podstawowe definicje
 - Definicja naprężeń; siły wewnętrzne
 - Deformacja; przemieszczenia i odkształcenia
 - Związki fizyczne

Kształtowanie elementów konstrukcyjnych



Kształtowanie elementów konstrukcyjnych

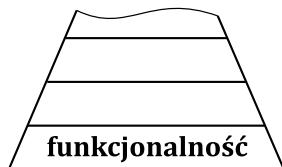
Funkcjonalność

zdolność konstrukcji do spełniania swojej funkcji

Aby konstrukcja mogła spełniać swoją funkcję nie może:

- tracić spójności – *warunek wytrzymałości*
- ulegać nadmiernej deformacji – *warunek sztywności*
- tracić stateczności – *warunek stateczności*

$$\left. \begin{array}{l} \sigma \leq \sigma_{dop} \\ \delta \leq \delta_{dop} \\ F \leq F_{cr} \end{array} \right\} = \text{funkcjonalność}$$



Kształtowanie elementów konstrukcyjnych

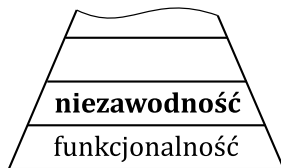
Niezawodność

funkcjonalność trwająca przez założony okres czasu

Aby dodać aspekt czasu należy zrozumieć procesy zachodzące w materiale i w konstrukcji w czasie eksploatacji. Są to:

- warunki obciążenia i podparcia
- wpływ otoczenia
- procesy zachodzące na powierzchni (warstwa wierzchnia)

$$\left. \begin{array}{l} \sigma \leq \sigma_{dop} \\ \delta \leq \delta_{dop} \\ F \leq F_{kr} \end{array} \right\} + \text{czas} = \text{niezawodność}$$



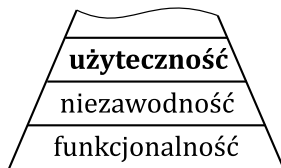
Pamiętaj o najsłabszym ogniwie!

Kształtowanie elementów konstrukcyjnych

Użyteczność

łatwość użytkowania produktu (forgiving design)

$$\left. \begin{array}{l} \sigma \leq \sigma_{dop} \\ \delta \leq \delta_{dop} \\ F \leq F_{kr} \end{array} \right\} + \text{czas} + \text{ergonomia} = \text{użyteczność}$$



Kształtowanie elementów konstrukcyjnych

Aby spełnić warunek funkcjonalności konstruktor musi

- przewidzieć możliwy sposób zniszczenia,
- wybrać kryterium zniszczenia.

Aby przewidzieć sposób zniszczenia

- wymagana jest analiza stanu naprężeń,
- należy zbadać zachowanie się materiału pod obciążeniem,
- należy przyjąć „historię” obciążenia.

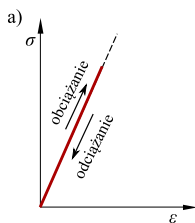
Plan wykładu

- 1 Wprowadzenie
 - Wytrzymałość materiałów w procesie projektowym
- 2 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
 - Deformacja i zniszczenie
- 3 Podstawowe definicje
 - Definicja naprężeń; siły wewnętrzne
 - Deformacja; przemieszczenia i odkształcenia
 - Związki fizyczne

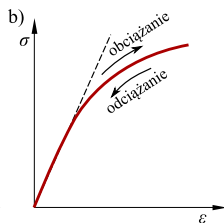
Zachowanie się materiału pod obciążeniem

Rodzaje materiałów

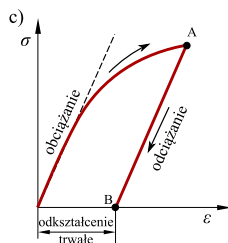
- zwykle użytkowanie konstrukcji zwykle wymaga aby materiał pozostawał w zakresie sprężystym
- aby przewidzieć zniszczenie materiału, należy rozważyć jego zachowanie w zakresie plastycznym



liniowo sprężysty



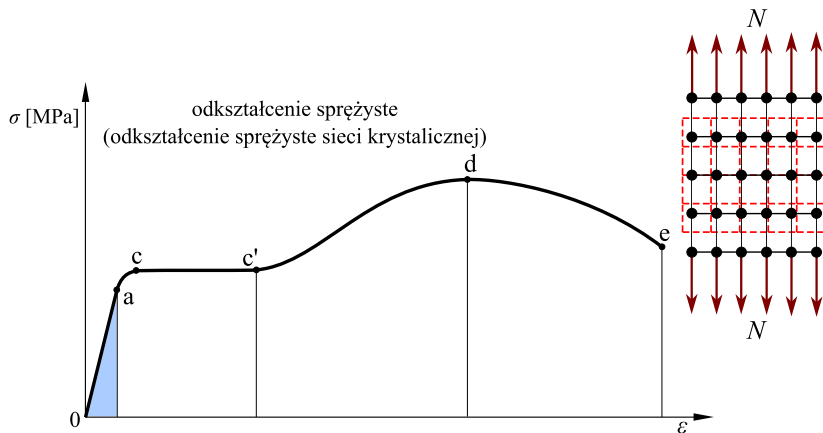
nieliniowo sprężysty



plastyczny

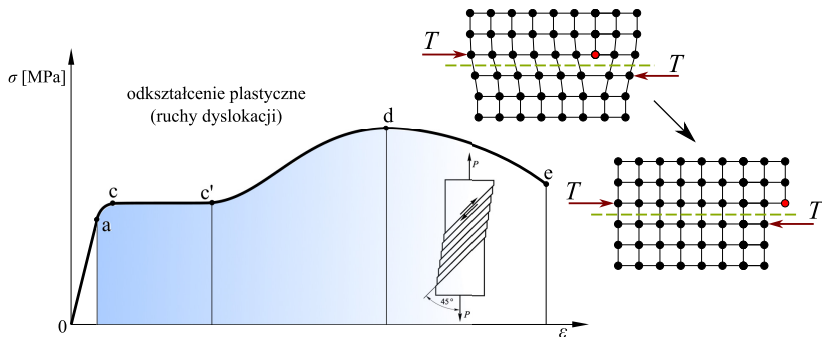
Zachowanie się materiału pod obciążeniem

Etapy deformacji



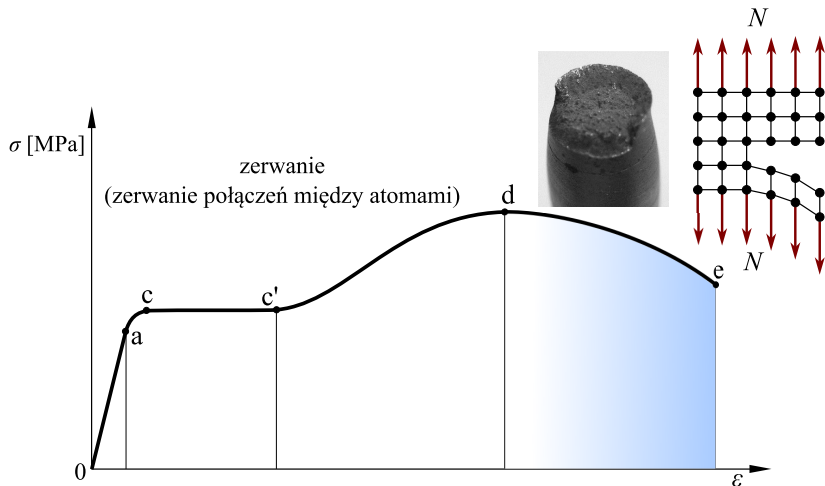
Zachowanie się materiału pod obciążeniem

Etapy deformacji



Zachowanie się materiału pod obciążeniem

Etapy deformacji



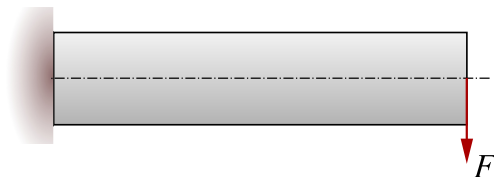
Plan wykładu

- 1 Wprowadzenie
 - Wytrzymałość materiałów w procesie projektowym
- 2 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
 - Deformacja i zniszczenie
- 3 Podstawowe definicje
 - Definicja naprężeń; siły wewnętrzne
 - Deformacja; przemieszczenia i odkształcenia
 - Związki fizyczne

Czego szukamy?

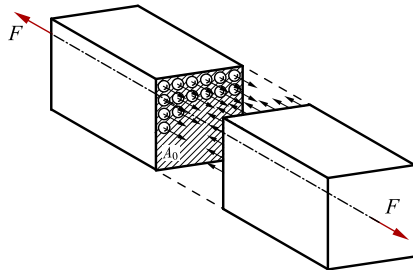
Aby analizować konstrukcję należy znaleźć zależności między parametrami w skali mikro i makro

- odkształcenia-przemieszczenia
- naprężenia-obciążenia
- naprężenia-odkształcenia



Definicja naprężeń

- ciało sprężyste pod działaniem sił zewnętrznych ulega deformacji
- nie traci ono spójności dzięki **siłom wewnętrznym**
- siły te są **siłami atomowymi** działającymi między cząsteczkami (atomami)



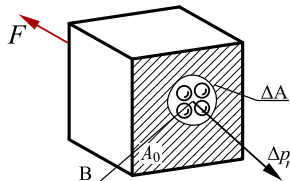
Definicja naprężeń

- wprowadźmy **siłę wewnętrzną** Δp_n , która jest sumą wszystkich sił atomowych rozłożonych na powierzchni ΔA
- miara intensywności sił wewnętrznych, naprężenia średnie**, definiowana jest następująco

$$p_{n,sr} = \frac{\Delta p_n}{\Delta A}$$

- jeśli powierzchnia ΔA dąży do 0 otrzymuje się **naprężenia w punkcie**

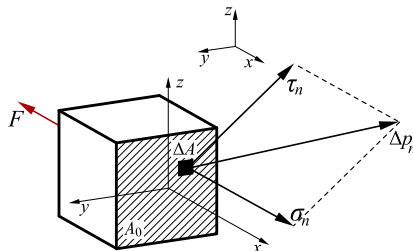
$$p_n = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta p_n}{\Delta A}$$



Składowe naprężeń

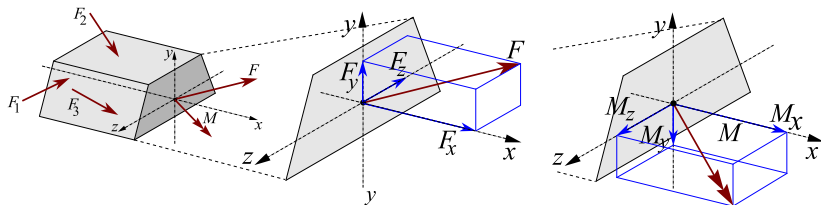
W ogólnym przypadku wektor naprężeń może być skierowany w dowolnym kierunku i może być rozłożony na dwie składowe:

- normalną do przekroju poprzecznego $\rightarrow$ naprężenia normalne σ_n
- styczne do przekroju poprzecznego $\rightarrow$ naprężenia styczne τ_n



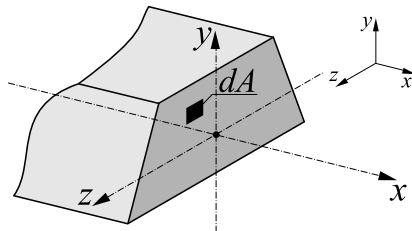
Siły wewnętrzne w funkcji naprężeń

- zgodnie z zasadami mechaniki wiadomo, że każdy układ sił działających na ciało może zostać zredukowany do wektora siły F i wektora momentu M
- jeśli są to wektory sił wewnętrznych działających na przekroju poprzecznym, to ich początki umiejscowione są w środku ciężkości przekroju C , a same wektory mogą być rozłożone na 6 składowych, mających odpowiednie znaczenie



Siły wewnętrzne w funkcji naprężeń

Wszystkie siły wewnętrzne mogą być zdefiniowane w funkcji składowych naprężeń



Plan wykładu

- 1 Wprowadzenie
 - Wytrzymałość materiałów w procesie projektowym
- 2 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
 - Deformacja i zniszczenie
- 3 Podstawowe definicje
 - Definicja naprężeń; siły wewnętrzne
 - **Deformacja; przemieszczenia i odkształcenia**
 - Związki fizyczne

Deformacja ciała sprężystego

Deformacja

zmiana kształtu lub rozmiaru ciała (lub kształtu i rozmiaru)

W czasie deformacji zmienia się względne położenie punktów ciała.

Jeżeli pozycja ciała się zmienia, ale względne położenie jego punktów pozostaje bez zmian, mamy do czynienia z **ruchem ciała sztywnego**.

Deformacja ciała jest możliwa tylko wtedy, gdy względne położenie jego punktów zmienia się.

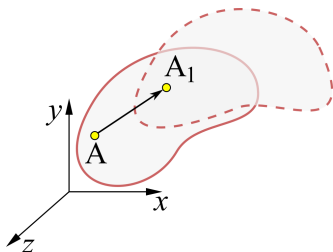
Przemieszczenie punktu ciała

Przemieszczenie

zmiana położenia punktu ciała

W kartezjańskim układzie współrzędnych mamy trzy składowe przemieszczenia, które są funkcjami współrzędnych:

- $u = u(x, y, z)$
- $v = v(x, y, z)$
- $w = w(x, y, z)$

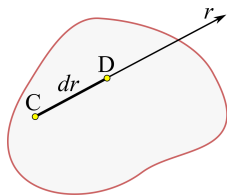


Przemieszczenie jest dodatnie, jeśli jego kierunek jest zgodny z kierunkiem osi.

Odkształcenie ciała w punkcie

Odkształcenie liniowe

Rozważmy odkształcenie ciała w punkcie 'C'. Aby to zrobić, weźmy liniowy element 'CD' zorientowany w kierunku r .



Odkształcenie ciała w punkcie

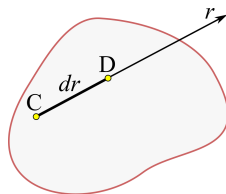
Odkształcenie liniowe

Rozważmy odkształcenie ciała w punkcie 'C'. Aby to zrobić, weźmy liniowy element 'CD' zorientowany w kierunku r .

Odkształcenie liniowe

$$\varepsilon_r = \lim_{CD \rightarrow 0} \frac{\Delta CD}{CD}$$

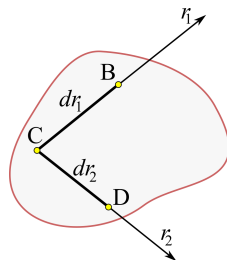
ε_r może być inne w innych kierunkach przechodzących przez punkt 'C'.



Odkształcenie ciała w punkcie

Odkształcenie postaciowe

Rozważmy odkształcenie ciała w punkcie 'C'. Aby to zrobić, weźmy dwa liniowe elementy 'CB' i 'CD' zorientowane w kierunku r_1 i r_2 . Elementy są do siebie prostopadłe.



Odkształcenie ciała w punkcie

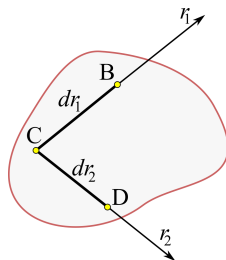
Odkształcenie postaciowe

Rozważmy odkształcenie ciała w punkcie 'C'. Aby to zrobić, weźmy dwa liniowe elementy 'CB' i 'CD' zorientowane w kierunku r_1 i r_2 . Elementy są do siebie prostopadłe.

Odkształcenie postaciowe

$$\gamma = \alpha_1 + \alpha_2$$

γ może mieć różne wartości dla różnych par elementów liniowych przechodzących przez punkt 'C'.



Deformacja ciała

W kartezjańskim układzie współrzędnych są **trzy** składowe przemieszczeń i **sześć** składowych odkształceń; wszystkie powyższe wielkości są funkcjami współrzędnych (x, y, z) :

- $u(x, y, z)$
- $v(x, y, z)$
- $w(x, y, z)$
- $\varepsilon_x(x, y, z)$
- $\varepsilon_y(x, y, z)$
- $\varepsilon_z(x, y, z)$
- $\gamma_{xy}(x, y, z)$
- $\gamma_{yz}(x, y, z)$
- $\gamma_{zx}(x, y, z)$

Znając funkcje przemieszczeń, u, v, w , można opisać deformację całego ciała – przemieszczenie każdego punktu konstrukcji.

Deformacja ciała

Funkcje przemieszczeń i funkcje odkształceń opisują to samo zjawisko, ale na różne sposoby. Musi zatem istnieć związek między nimi.

$$u(x, y, z) \quad ? \quad \varepsilon(x, y, z)$$

Aby znaleźć ten związek stosujemy podejście geometryczne (kinematyczne), co oznacza, że naprężenia jak również właściwości fizyczne materiału nie są brane pod uwagę.

W ten sposób otrzymujemy zależności, które są prawdziwe dla każdego materiału i każdego stanu naprężeń

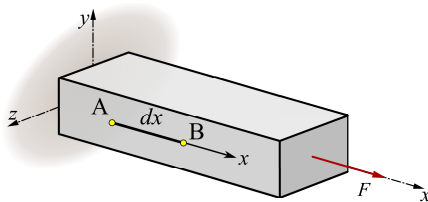
Deformacja ciała

Ponadto zakładamy, że materiał ciała jest ciągły i jednorodny, a ciało jest wystarczająco sztywne, aby zapewniona była liniowa zależność pomiędzy przemieszczeniami i odkształceniami.

Duża sztywność oznacza, że przemieszczenia są małe w porównaniu do rozmiarów ciała.

Odkształcenia w zagadnieniach jednowymiarowych

Ciało obciążone osiowo



Odkształcenie ciała

W przypadku zagadnień trójwymiarowych można zapisać sześć zależności między przemieszczeniami i odkształceniami:

ODKSZTAŁCENIA NORMALNE

- $\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$
- $\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$
- $\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$

ODKSZTAŁCENIA POSTACIOWE

- $\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$
- $\gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}$
- $\gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$

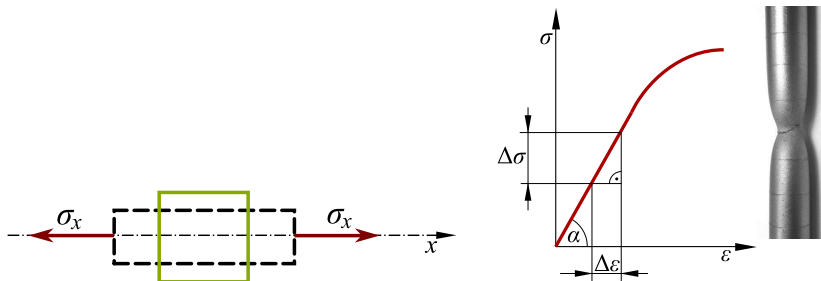
Plan wykładu

- 1 Wprowadzenie
 - Wytrzymałość materiałów w procesie projektowym
- 2 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
 - Deformacja i zniszczenie
- 3 Podstawowe definicje
 - Definicja naprężeń; siły wewnętrzne
 - Deformacja; przemieszczenia i odkształcenia
 - **Związki fizyczne**

Związki fizyczne – prawo Hooke'a

Zagadnienia jednowymiarowe

Dla problemów jednowymiarowych prawo Hooke'a określa się na podstawie statycznej próby rozciągania. Pomijamy odkształcenie ciała w kierunku poprzecznym zakładając, że zwiększa się jedynie długość ciała.

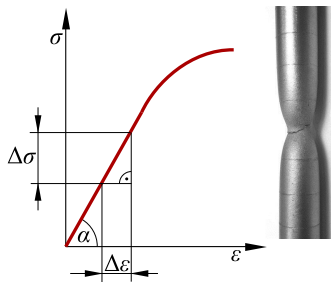


Związki fizyczne – prawo Hooke'a

Zagadnienia jednowymiarowe

Dla problemów jednowymiarowych prawo Hooke'a określa się na podstawie statycznej próby rozciągania. Pomijamy odkształcenie ciała w kierunku poprzecznym zakładając, że zwiększa się jedynie długość ciała.

$$\sigma_x = E \varepsilon_x$$



Związki fizyczne – prawo Hooke'a

Zagadnienia dwuwymiarowe

W płaskim stanie naprężeń odkształcenia pojawiają się w dwóch kierunkach. Odkształcenia te są związane ze sobą współczynnikiem Poisson'a

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$$

Znając ε_x można określić ε_y zakładając, że dane jest ν .

$$\varepsilon_y = -\nu\varepsilon_x$$

