

Mechanika i Wytrzymałość Materiałów

Wprowadzenie do wytrzymałości materiałów

opracował:

dr hab. inż. Paweł JASION

e-mail: `pawel.jasion@put.poznan.pl`

www: `pawel.jasion.pracownik.put.poznan.pl`

Politechnika Poznańska

Instytut Mechaniki Stosowanej

Zakład Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji

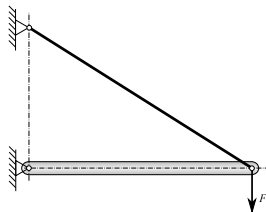
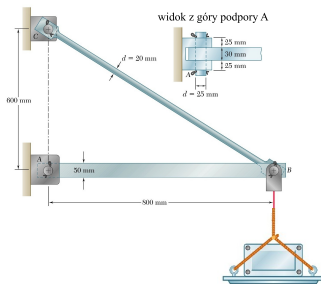
Plan prezentacji

- 1 Modelowanie konstrukcji
 - Elementy modelu
 - Metoda przekrojów myślowych
- 2 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
 - Siły wewnętrzne – naprężenia
 - Deformacji materiału – odkształcenie
- 3 Badania eksperymentalne
 - Właściwości mechaniczne materiału
 - Inne sposoby badania właściwości mechanicznych

Model konstrukcji

Model obliczeniowy

- dobrze oddaje charakter pracy konstrukcji i pomija czynniki nieistotne dla rozwiązania
- zawiera: elementy konstrukcji, sposoby łączenia tych elementów, podpory i obciążenia

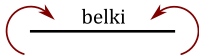
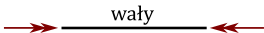
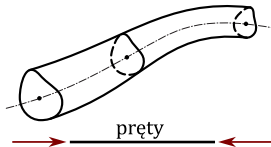


Model konstrukcji

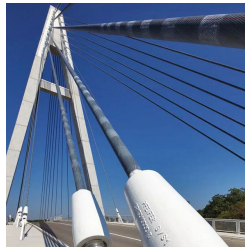
Elementy konstrukcyjne

ELEMENTY LINIOWE

linia środkowa z przypisanym
przekrojem poprzecznym



wytrzymałość materiałów 



pręt - rozciąganie

wał - skręcanie



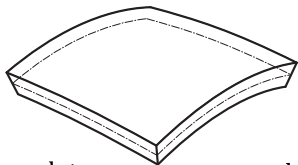
belka - zginanie

Model konstrukcji

Elementy konstrukcyjne

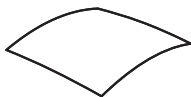
ELEMENTY POWIERZCHNIOWE

powierzchnia środkowa
z przypisaną grubością



płyty

powłoki



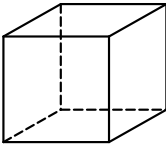
teoria płyt i powłok



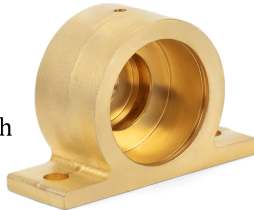
Model konstrukcji

Elementy konstrukcyjne

ELEMENTY BRYŁOWE
podobne wymiary
we wszystkich trzech kierunkach

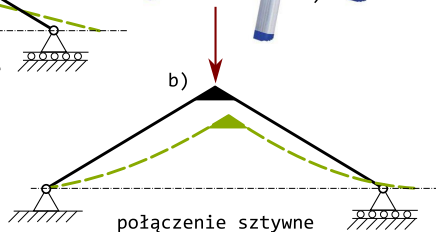
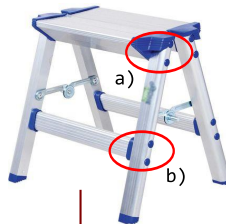
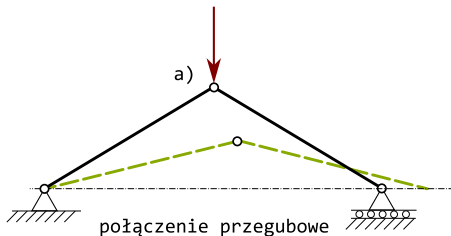


teoria sprężystości ↑



Model konstrukcji

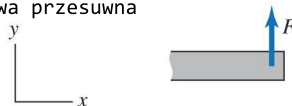
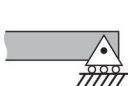
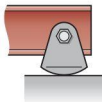
Sposoby łączenia elementów konstrukcyjnych



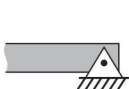
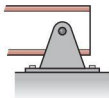
Model konstrukcji

Podpory

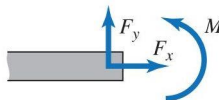
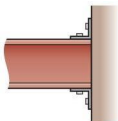
podpora przegubowa przesuwna



podpora przegubowa nieprzesuwna



utwierdzenie



Model konstrukcji

Obciążenia – siły zewnętrzne

- **siły skupione** – siły działające na element konstrukcyjny poprzez powierzchnię, której rozmiar jest mały w porównaniu z rozmiarami elementu.
- **siły rozłożone** – siły przyłożone w sposób ciągły na pewnej długości lub powierzchni elementu konstrukcyjnego (równomiernie lub nierównomiernie)
- **siły permanentne** – siły działające w czasie całego życia konstrukcji, np. masa własna
- **siły czasowe** – siły działające tylko w ciągu pewnego okresu czasu

Model konstrukcji

Obciążenia – siły zewnętrzne (c.d.)

- **siły statyczne** – siły obciążające konstrukcję stopniowo; na konstrukcję nie działa przyspieszenie lub jest ono zanedbywalnie małe
- **siły dynamiczne** – siły wywołujące znaczne przyspieszenie konstrukcji
 - przyłożone nagle
 - uderzeniowe
 - okresowo zmienne
- **reakcje**

Model konstrukcji

Model materiału – materiał idealny

Przyjmuje się, że **model materiału** elementów konstrukcyjnych:

- posiada tylko te własności, które są istotne dla rozwiązania
- jest odkształcalny (idealnie sprężysty)

Ponadto, materiał jest

- **ciągły** – pomija się strukturę materiału (ziarna, włókna, itp.); zakłada się brak wtrąceń i jam
- **jednorodny** – dowolna wybrana objętość materiału ma takie same własności
- **izotropowy** – własności są takie same we wszystkich kierunkach

Plan prezentacji

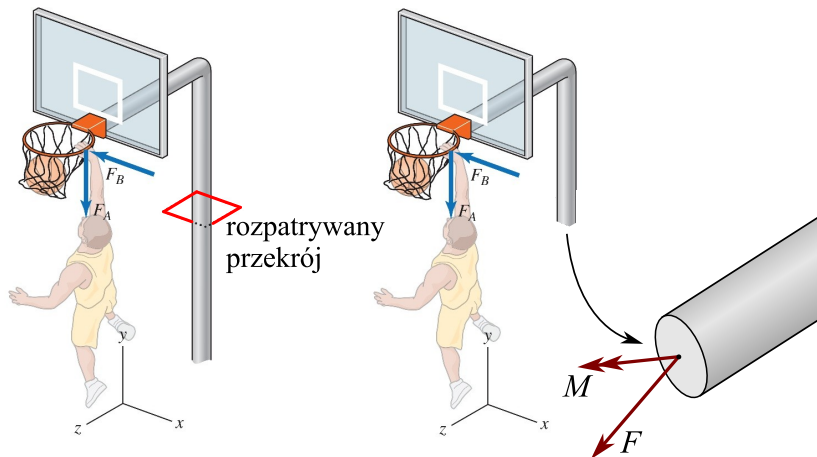
- 1 Modelowanie konstrukcji
 - Elementy modelu
 - Metoda przekrojów myślowych
- 2 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
 - Siły wewnętrzne – naprężenia
 - Deformacji materiału – odkształcenie
- 3 Badania eksperymentalne
 - Właściwości mechaniczne materiału
 - Inne sposoby badania właściwości mechanicznych

Metoda przekrojów

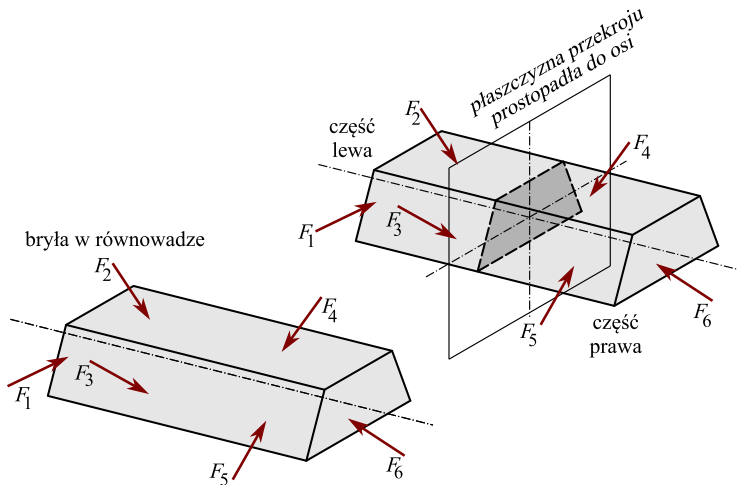
Znamy siły zewnętrzne,
widzimy deformację,
ale co dzieje się
wewnątrz konstrukcji?



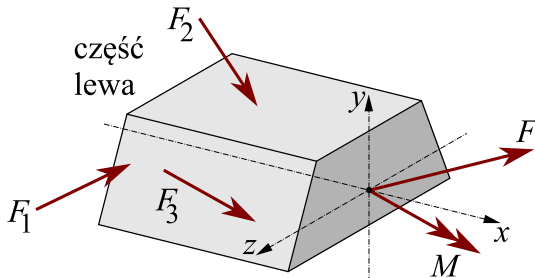
Metoda przekrojów



Metoda przekrojów



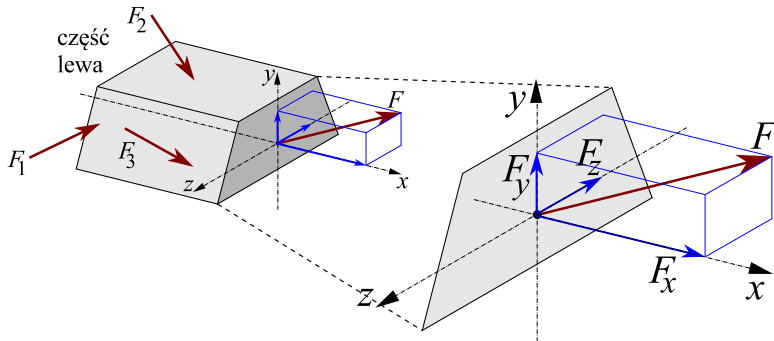
Metoda przekrojów



Siły wewnętrzne przyłożone w środku ciężkości przekroju

- siła skupiona F
- moment siły M

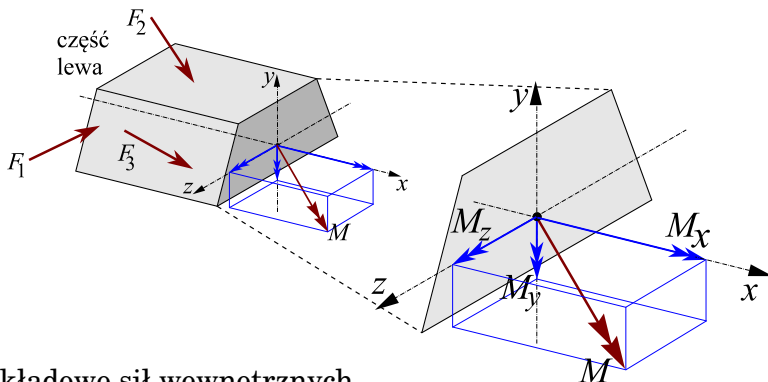
Metoda przekrojów



Składowe sił wewnętrznych

- siła normalna $F_x = N$
- siła styczna $F_y = T_y$
- siła styczna $F_z = T_z$

Metoda przekrojów

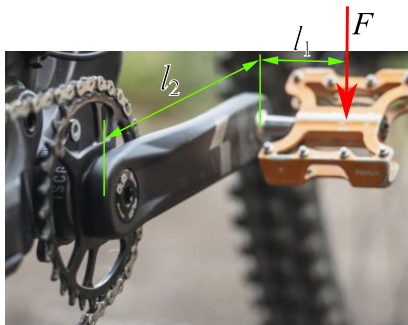


Składowe sił wewnętrznych

- moment skręcający $M_x = M_s$
- moment gnący $M_y = M_{gy}$
- moment gnący $M_z = M_{gz}$

Metoda przekrojów

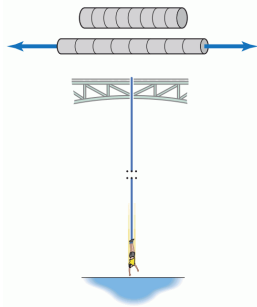
Określić siły wewnętrzne pojawiające się w korbie rowerowej obciążonej siłą F , działającą prostopadłe do podłoża. Korba odchylona jest w górę od poziomu o kąt α .



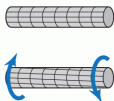
Proste przypadki obciążenia

[Steif, 2012]

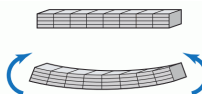
rozciąganie (ściskanie)



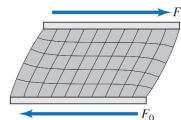
skręcanie



zginanie



ściskanie

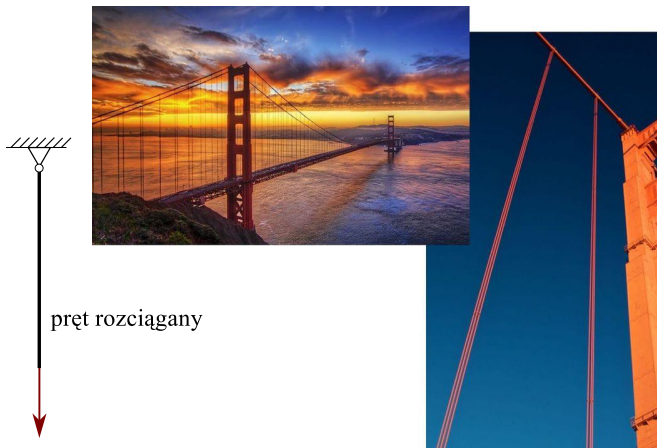


Plan prezentacji

- 1 Modelowanie konstrukcji
 - Elementy modelu
 - Metoda przekrojów myślowych
- 2 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
 - Siły wewnętrzne – naprężenia
 - Deformacji materiału – odkształcenie
- 3 Badania eksperymentalne
 - Właściwości mechaniczne materiału
 - Inne sposoby badania właściwości mechanicznych

Siły wewnętrzne

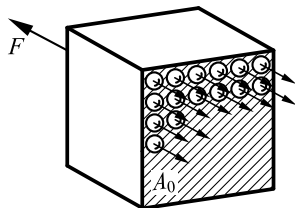
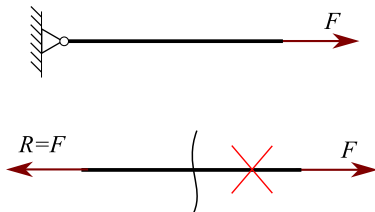
- w elementach konstrukcyjnych, pod wpływem przyłożonego obciążenia, pojawiają się siły wewnętrzne



Siły wewnętrzne

Siły wewnętrzne (międzyatomowe)

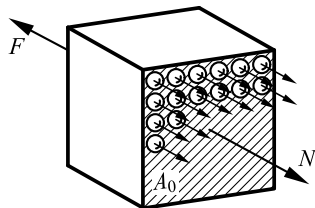
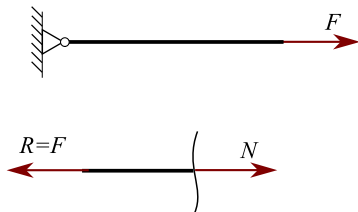
siły przeciwstawiające się zmianie kształtu lub zniszczeniu elementu konstrukcyjnego, wywołanego działaniem sił zewnętrznych; siły te starają się przywrócić pierwotną formę elementu



Siły wewnętrzne

Siła wewnętrzna

wypadkowa sił wzajemnego oddziaływania między atomami, przekazywana między obiema częściami przekroju



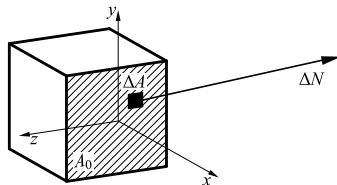
Jaką miarę przyjąć?

Naprężenia

Naprężenie średnie i naprężenia w punkcie

wewnętrzna siła oddziaływania przypadająca na jednostkę powierzchni wydzielonej w dowolnym punkcie

$$p_{\text{śr}} = \frac{\Delta N}{\Delta A}; \quad p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} = \frac{\Delta N}{\Delta A}$$



Naprężenia

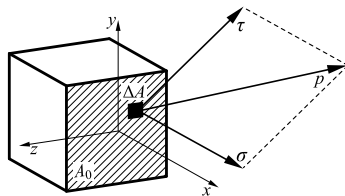
Naprężenie średnie i naprężenia w punkcie

wewnętrzna siła oddziaływania przypadająca na jednostkę powierzchni wydzielonej w dowolnym punkcie

$$p_{\text{śr}} = \frac{\Delta N}{\Delta A}; \quad p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} = \frac{\Delta N}{\Delta A}$$

σ – naprężenia normalne

τ – naprężenia styczne



Naprężenia

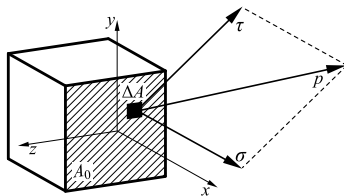
Naprężenie średnie i naprężenia w punkcie

wewnętrzna siła oddziaływania przypadająca na jednostkę powierzchni wydzielonej w dowolnym punkcie

$$p_{\text{śr}} = \frac{\Delta N}{\Delta A}; \quad p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} = \frac{\Delta N}{\Delta A}$$

σ – naprężenia normalne

τ – naprężenia styczne



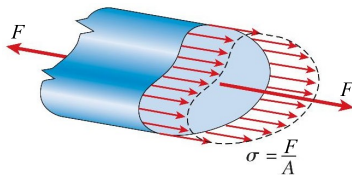
Naprężenia (definicja opisowa)

wielkość naprężeń jest miarą sił wewnętrznych pojawiających się w materiale w wyniku deformacji spowodowanej działaniem sił zewnętrznych

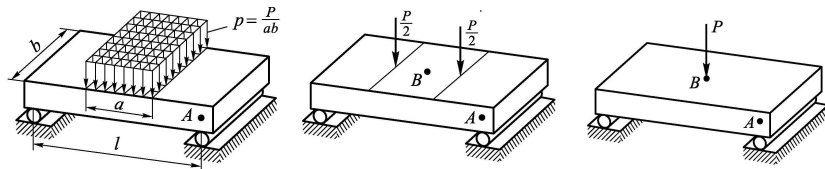
Naprężenia w pręcie rozciągany

Naprężenia w pręcie rozciągany (ściskany) są równomierne i wyrażają się zależnością $\sigma = F/A$ jeżeli:

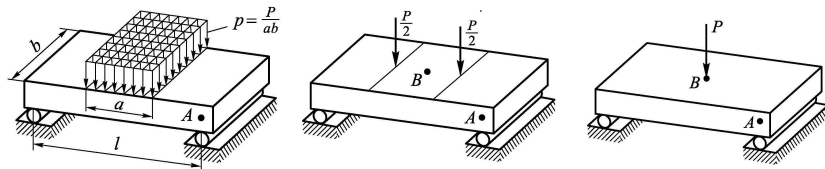
- siła przyłożona jest w osi obojętnej pręta
- długość pręta jest wyraźnie większa niż szerokość
- materiał jest ciągły i jednorodny
- przekrój jest taki sam na całej długości
- analizowany przekrój jest dostatecznie oddalony od miejsca przyłożenia siły



Zasada de Saint-Venanta



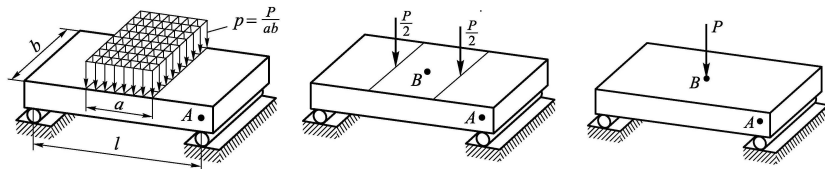
Zasada de Saint-Venanta



Zasada de Saint-Venanta

Naprężenia, w punktach ciała **dostatecznie odległych** od miejsca przyłożenia obciążenia, nie zależą w sposób istotny od charakteru rozłożenia obciążenia.

Zasada de Saint-Venanta

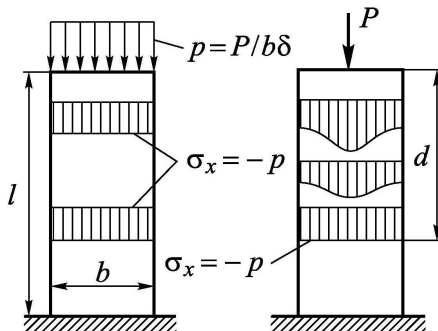


Zasada de Saint-Venanta

Naprężenia, w punktach ciała **dostatecznie odległych** od miejsca przyłożenia obciążenia, nie zależą w sposób istotny od charakteru rozłożenia obciążenia.

Naprężenia te nie zmieniają się, jeśli działające obciążenie zastąpi się innym, statycznie równoważnym.

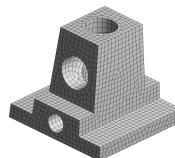
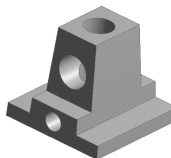
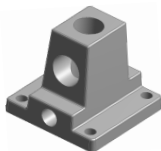
Zasada de Saint-Venanta



$$\sigma_x = -p \text{ dla } d \approx b$$

Zasada de Saint-Venanta

Dygresja... Metoda Elementów Skończonych



model
fizyczny

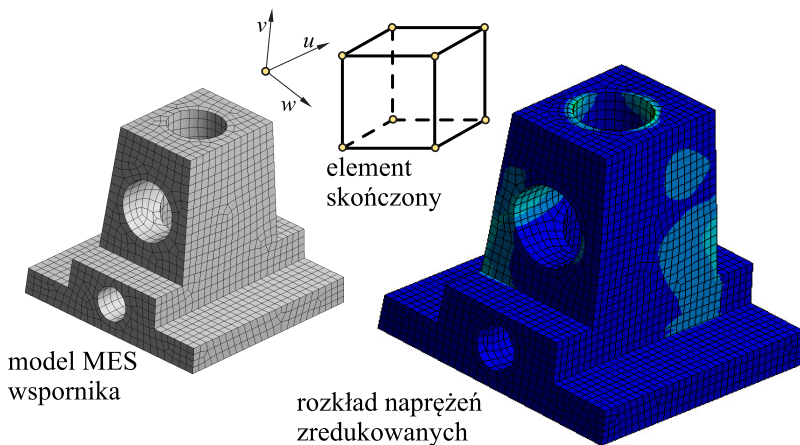
model
CAD

model
matematyczny

model
MES

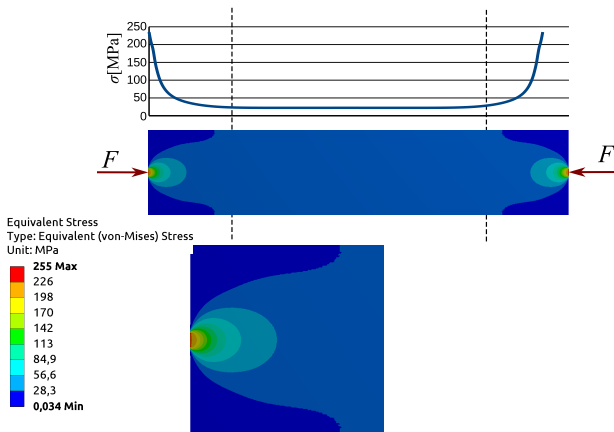
Zasada de Saint-Venanta

Dygresja... Metoda Elementów Skończonych



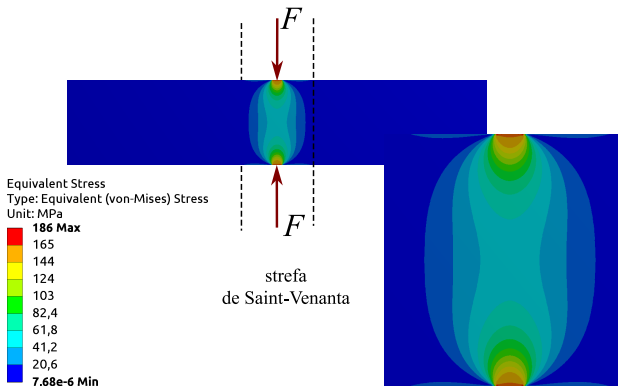
Zasada de Saint-Venanta

Rozkład naprężeń zredukowanych w pręcie ściskanym osiowo (siła 20 kN; przekrój 30x30 mm)



Zasada de Saint-Venanta

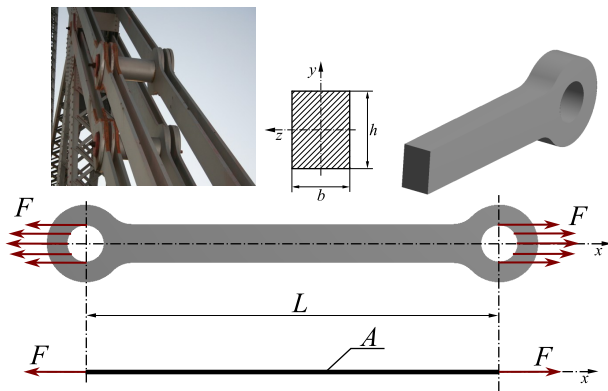
Rozkład naprężeń w przekroju ściskanym poprzecznie – symulacja procesu cięcia blachy



Naprężenia w pręcie rozciągającym

Przykład

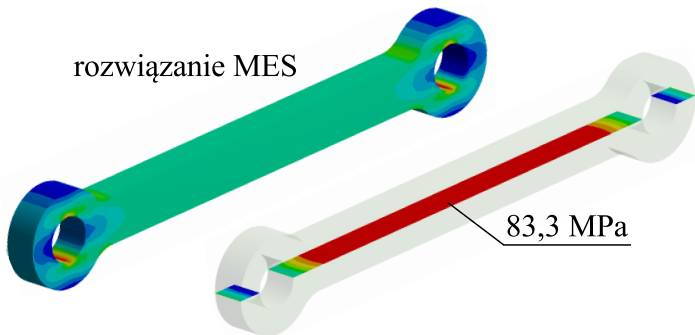
Wyznaczyć naprężenia normalne w przekroju poprzecznym łącznika obciążonego siłą osiową $F = 50 \text{ kN}$. Wymiary przekroju poprzecznego: $h = 30 \text{ mm}$, $b = 20 \text{ mm}$.



Naprężenia w pręcie rozciąganym

Przykład

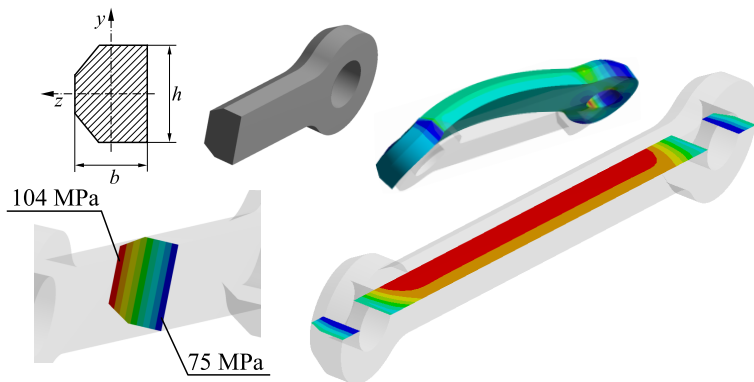
Wyznaczyć naprężenia normalne w przekroju poprzecznym łącznika obciążonego siłą osiową $F = 50$ kN. Wymiary przekroju poprzecznego: $h = 30$ mm, $b = 20$ mm.



Naprężenia w pręcie rozciągany

Przykład

Co się stanie, jeśli w przypadku osiowego rozciągania zakłóci się symetrię układu?



Plan prezentacji

- 1 Modelowanie konstrukcji
 - Elementy modelu
 - Metoda przekrojów myślowych
- 2 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
 - Siły wewnętrzne – naprężenia
 - Deformacji materiału – odkształcenie
- 3 Badania eksperymentalne
 - Właściwości mechaniczne materiału
 - Inne sposoby badania właściwości mechanicznych

Deformacja

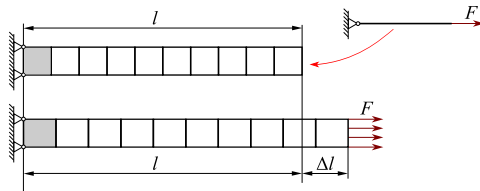
Deformacja

zmiana rozmiaru lub (i) kształtu jakiej ulega konstrukcja pod wpływem działania sił

- **deformacja sprężysta** – znika po odciążeniu; związana ze sprężystymi zniekształceniami siatki atomów
- **deformacja trwała** – nie znika po odciążeniu; związana z nieodwracalnym przemieszczaniem się jednych warstw sieci krystalicznej względem innych

Deformacja przy rozciąganiu – wydłużenie

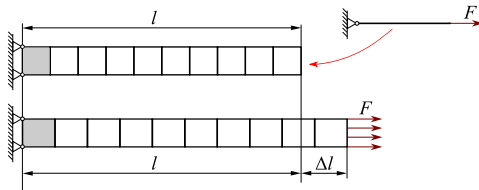
- podzielmy pręt na fragmenty o równej długości
- każdy fragment pod wpływem obciążenia wydłuży się o taką samą wartość
- suma wydłużeń wszystkich fragmentów składa się na wydłużenie pręta



Wydłużenie Δl

zmiana długości elementu wywołana obciążeniem

Odkształcenie – wydłużenie względne

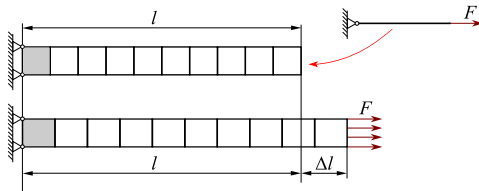


Odkształcenie ε

stosunek wydłużenia do długości początkowej

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Odkształcenie – wydłużenie względne



Odkształcenie ε

stosunek wydłużenia do długości początkowej

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Odkształcenie (definicja opisowa)

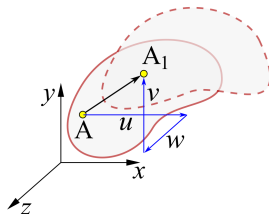
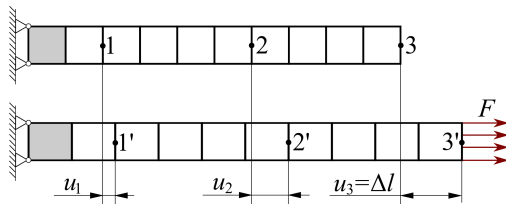
miara intensywności deformacji

Przemieszczenie

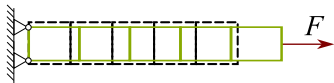
- deformacja zachodzi, gdy zmienia się wzajemne przemieszczenie poszczególnych punktów konstrukcji

Przemieszczenie u

zmiana położenia wybranego punktu elementu konstrukcyjnego



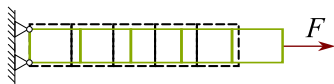
Deformacja poprzeczna – współczynnik Poisson'a



Współczynnik Poisson'a ν

współczynnik proporcjonalności między odkształceniem poprzecznym i wzdłużnym

Deformacja poprzeczna – współczynnik Poisson'a

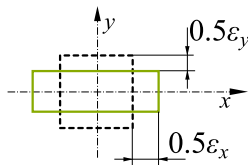


Wartości ν

- zakres: 0-0,5
- metale: 0,2-0,35

Współczynnik Poisson'a ν

współczynnik proporcjonalności między odkształceniem poprzecznym i wzdłużnym



$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$$

Neville Greaves, G. *Poisson's ratio over two centuries: Challenging hypotheses*, Notes and Records of the Royal Society, 67;(1):37-58, 2013.

Plan prezentacji

- 1 Modelowanie konstrukcji
 - Elementy modelu
 - Metoda przekrojów myślowych
- 2 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
 - Siły wewnętrzne – naprężenia
 - Deformacji materiału – odkształcenie
- 3 **Badania eksperymentalne**
 - **Właściwości mechaniczne materiału**
 - Inne sposoby badania właściwości mechanicznych

Badania eksperymentalne – wiek XVII

Galileo Galilei (1564-1642)

DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,

intorno à due nuove scienze

Attenenti alla

MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI;

del Signor

GALILEO GALILEI LINCEO,

Filosofo e Matematico primario del Serenissimo

Grand Duca di Toscana.

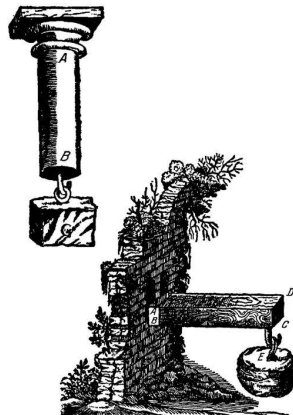
Con una Appendice del centro di gravità & alcuni Solidi.



IN LEIDA,

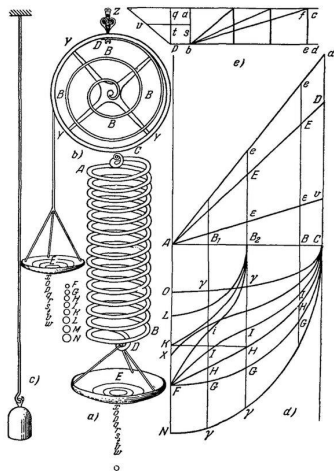
Appresso gli Elsevirii. M. D. C. XXXVIII.

The title page of Galileo's book, "Two New Sciences.



Badania eksperymentalne – wiek XVII

Robert Hooke (1635-1703)

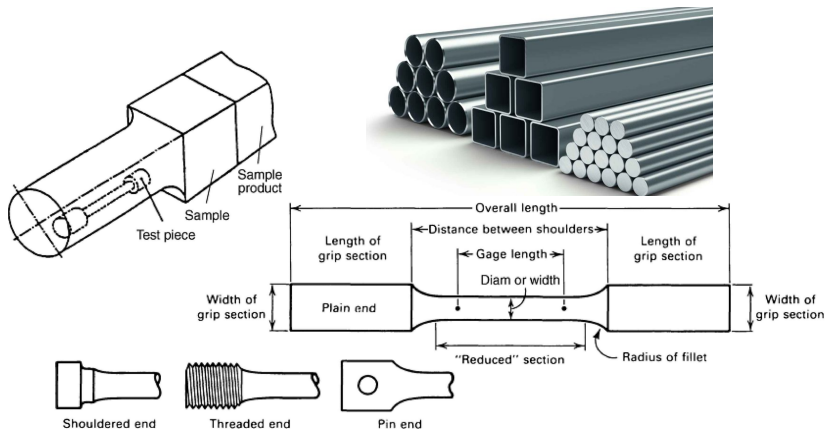


Krzywa rozciągania – maszyny wytrzymałościowe

- wspólnie właściwości mechaniczne materiałów wyznacza się na maszynach wytrzymałościowych

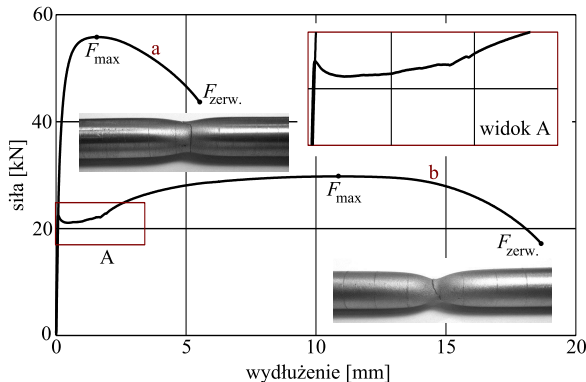


Krzywa rozciągania – próbki do badań



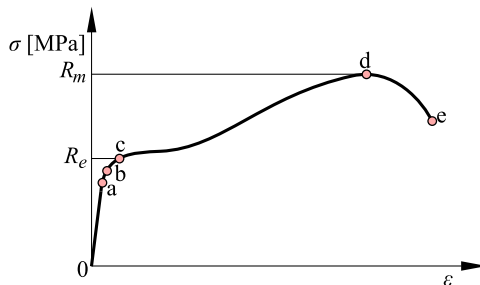
Krzywa rozciągania

- wynikiem próby rozciągania jest wykres przedstawiający zależność wydłużenia próbki od przyłożonej siły



Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

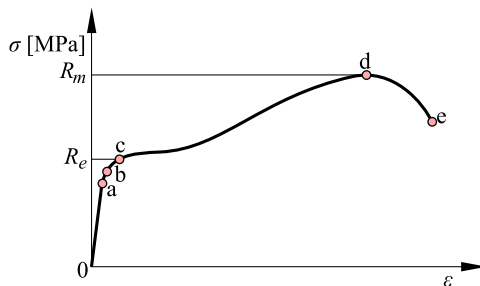


Granica proporcjonalności (a)

największe naprężenie, przy którym zależność $\sigma - \varepsilon$ jest liniowa

Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

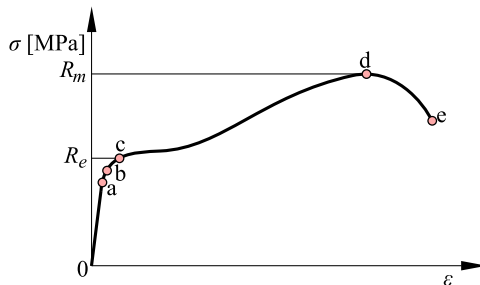


Granica sprężystości (b)

największe naprężenie, przy którym, po zakończeniu próby, nie pozostaje odkształcenie trwałe

Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

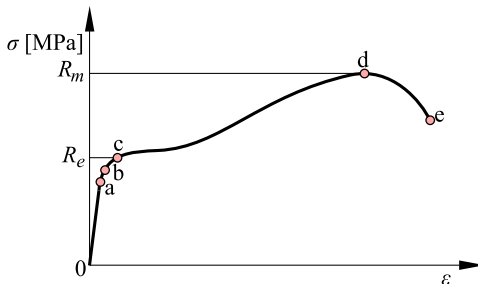


Granica plastyczności (płynięcia) (c)

napężenie, przy którym następuje wzrost odkształcenia bez wzrostu napężenia

Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

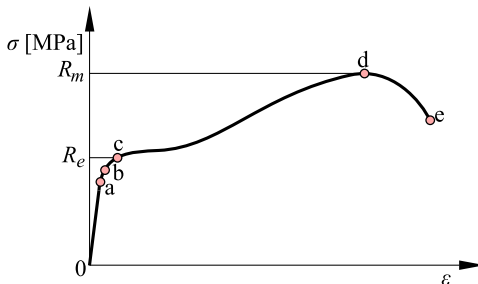


Doraźna wytrzymałość na rozciąganie (d)

największe naprężenie zaobserwowane w czasie próby

Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

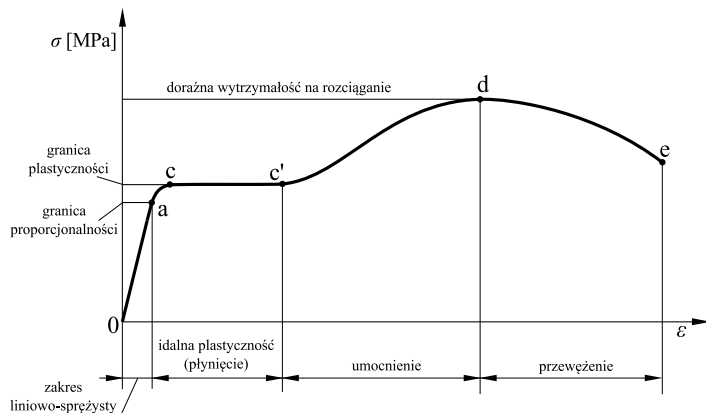


Napężenie zrywające (e)

napężenie, przy którym następuje zerwanie próbki

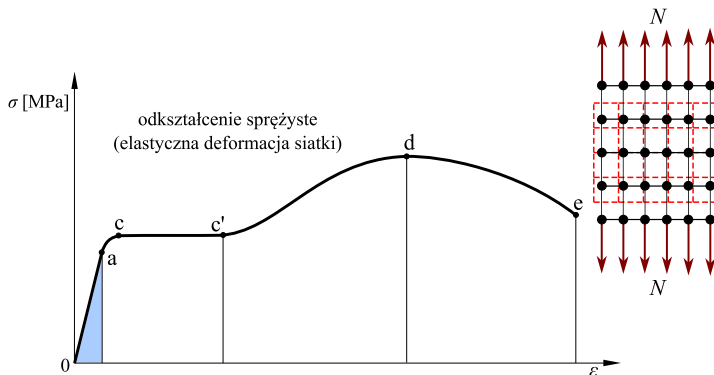
Krzywa rozciągania

- na krzywej rociągania można wskazać cztery obszary, w których materiał zachowuje się inaczej



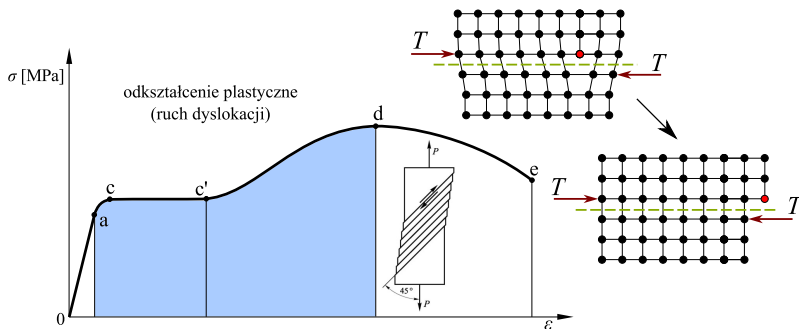
Krzywa rozciągania

- w obszarze sprężystym sieć atomów odkształca się sprężysto – po usunięciu obciążenia atomy wracają do pierwotnego położenia



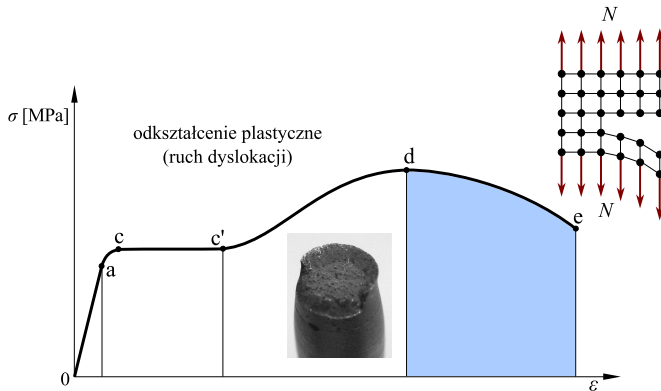
Krzywa rozciągania

- w obszarze plastycznym następuje ruch dyslokacji oraz powstawanie nowych dyslokacji



Krzywa rozciągania

- po pojawieniu się szyjki następuje sukcesywne odcielanie się atomów – rozerwanie

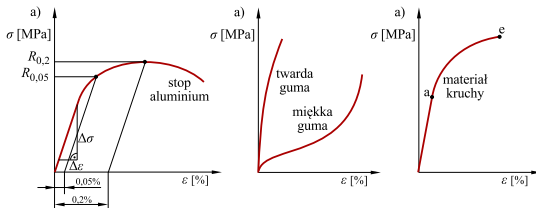


Krzywa rozciągania

Najważniejsze właściwości mechaniczne materiału odczytywane z krzywej rozciągania to:

- umowna granica plastyczności $R_{e,0,2}$
 - naprężenie, odpowiadające wydłużeniu równemu 0,2%
- moduł Younga E
 - stosunek przyrostu naprężeń do przyrostu odkształceń

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \operatorname{tg}\alpha$$



Krzywa rozciągania – plastyczność materiału

Plastyczność materiału (ciągliwość) w przypadku osiowego rozciągania opisuje się dwoma parametrami:

- procentowa zmiana przekroju

- stal ciągliwa: 50%

$$Z = \frac{A_0 - A_u}{A_0} \cdot 100\%$$

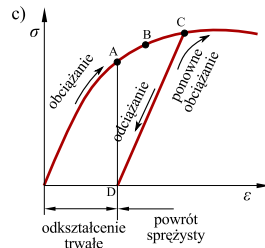
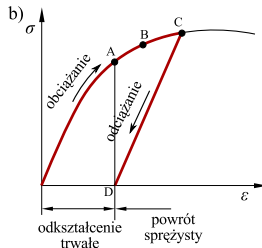
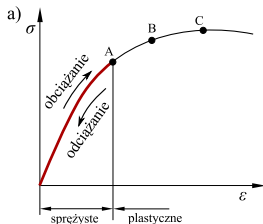
- procentowa wydłużenie

- stal: 3-40%; stopy aluminium: 1-45%

$$A = \frac{l_u - l_0}{l_0} \cdot 100\%$$

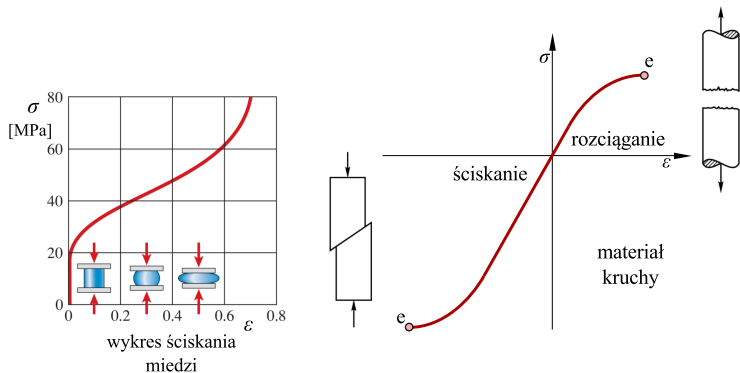
Krzywa rozciągania – odciążanie

- zachowanie się materiału przy odciażaniu zależy od tego, czy przekroczona zostanie granica sprężystości (punkt A)



Krzywa rozciągania-ściskania

- niektóre materiały, jak np. pianki, bada się w próbie statycznego ściskania
- krzywe rozciągania i ściskania dla danego materiału mogą być różne



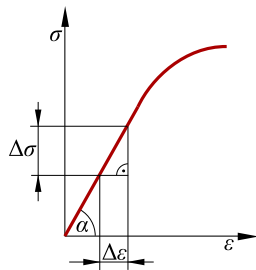
Właściwości mechaniczne wybranych materiałów

Materiał	ρ [kg/m ³]	E [MPa]	ν	R_m [MPa]
Stal	7850	200000	0,3	350
Aluminium	2700	70000	0,33	270
Szkło	2600	70000	0,2	–
Drewno	600	12000	–	–
Plastik	1000	2500	0,4	40
Guma	1100	2	0,45	–

Prawo Hooke'a przy osiowym rozciąganiu

Związki opisujące zachowanie się pręta w stanie czystego rozciągania lub ściskania:

- naprężenie: $\sigma = \frac{F}{A}$
- odkształcenie: $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$
- moduł Younga: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$



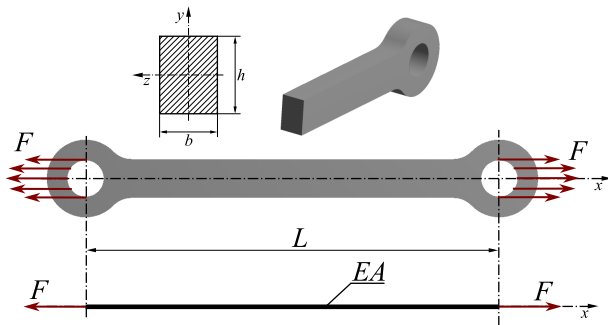
- prawo Hooke'a dla rozciągania: $\Delta l = \frac{Fl}{EA}$

Wszystkie powyższe związki są związkami liniowymi

Wydłużenie pręta rozciąganego

Przykład

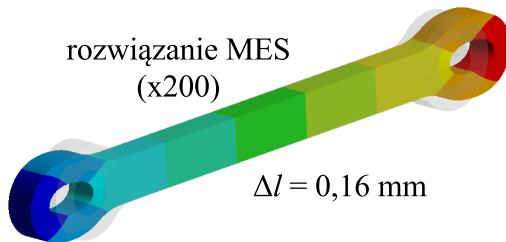
Wyznaczyć wydłużenie łącznika stalowego o długości $L = 320$ mm obciążonego siłą osiową $F = 50$ kN. Wymiary przekroju poprzecznego: $h = 30$ mm, $b = 20$ mm. Właściwości mechaniczne materiału: $E = 2 \cdot 10^5$ MPa, $\nu = 0,3$.



Wydłużenie pręta rozciąganego

Przykład

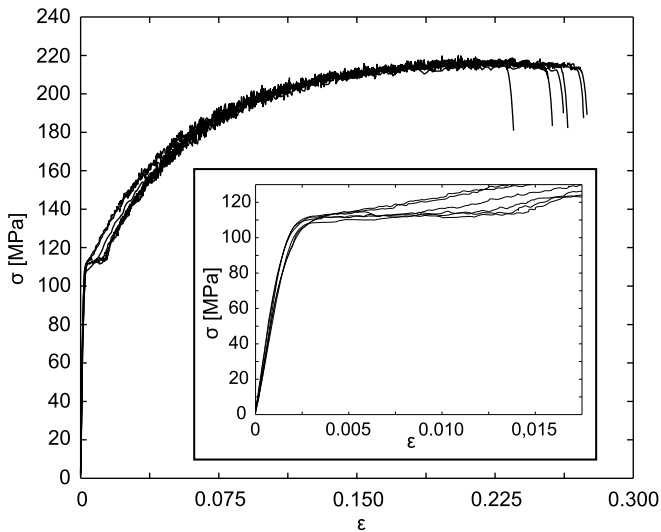
Wyznaczyć wydłużenie łącznika stalowego o długości $L = 320$ mm obciążonego siłą osiową $F = 50$ kN. Wymiary przekroju poprzecznego: $h = 30$ mm, $b = 20$ mm. Właściwości mechaniczne materiału: $E = 2 \cdot 10^5$ MPa, $\nu = 0,3$.



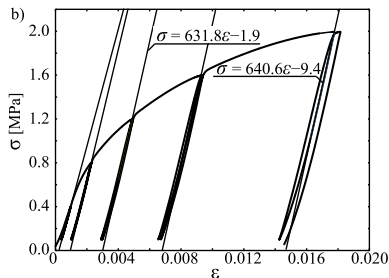
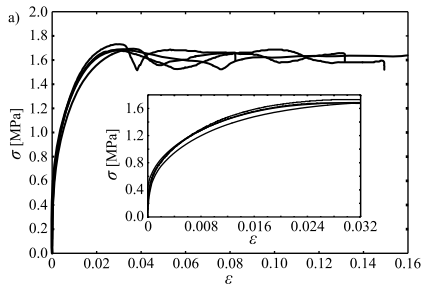
Plan prezentacji

- 1 Modelowanie konstrukcji
 - Elementy modelu
 - Metoda przekrojów myślowych
- 2 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
 - Siły wewnętrzne – naprężenia
 - Deformacji materiału – odkształcenie
- 3 **Badania eksperymentalne**
 - Właściwości mechaniczne materiału
 - Inne sposoby badania właściwości mechanicznych

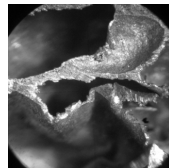
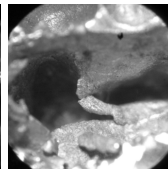
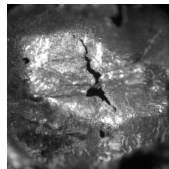
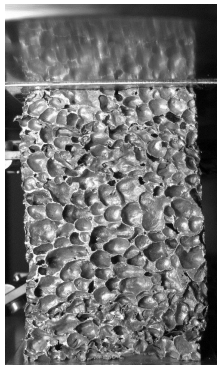
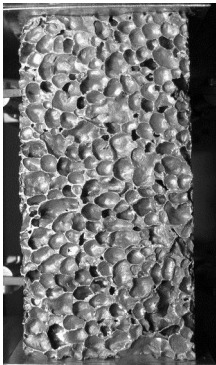
Statyczna próba rozciągania



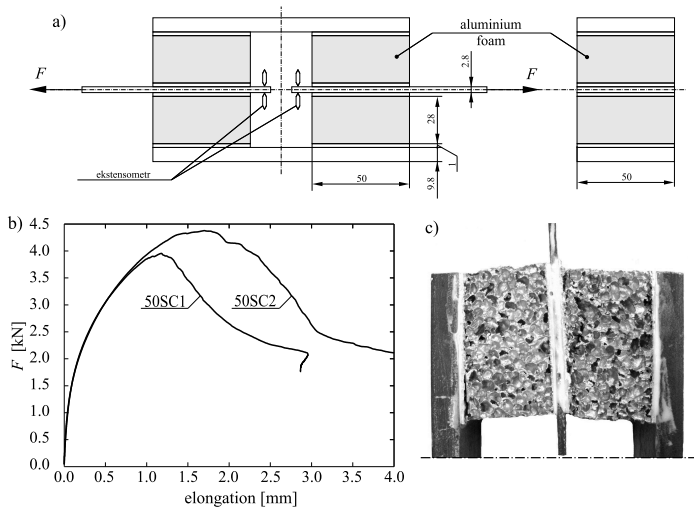
Statyczna próba ściskania



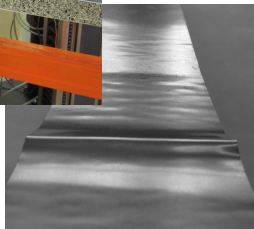
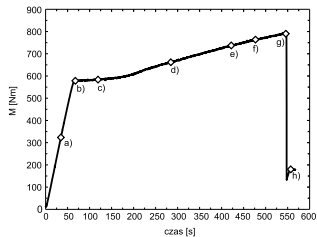
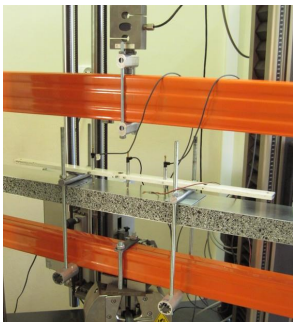
Statyczna próba ściskania



Próba ścinania



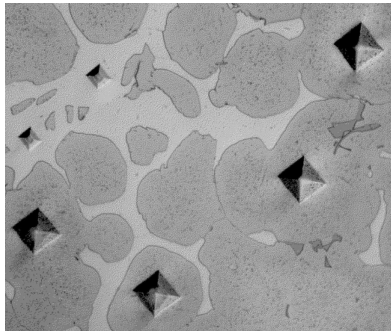
Próba zginania



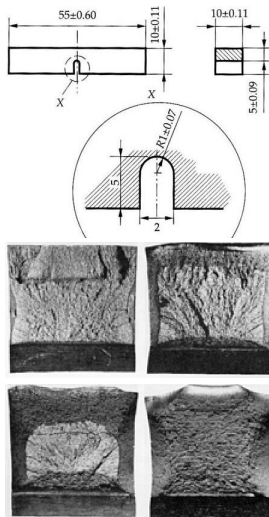
Badanie twardości

- resistance of the material to permanent deformation
- relation between hardness and ultimate strength

$$R_m = K_B H_B$$



Badania udarności



Badania zmęczenia

