

Wytrzymałość Materiałów I

Zachowanie się materiału pod obciążeniem

opracował:

dr hab. inż. Paweł JASION

e-mail: `pawel.jasion@put.poznan.pl`

www: `pawel.jasion.pracownik.put.poznan.pl`

Politechnika Poznańska

Instytut Mechaniki Stosowanej

Zakład Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji

- 1 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
 - Siły wewnętrzne – naprężenia
 - Deformacji materiału – odkształcenie
- 2 Badania eksperymentalne
 - Właściwości mechaniczne materiału

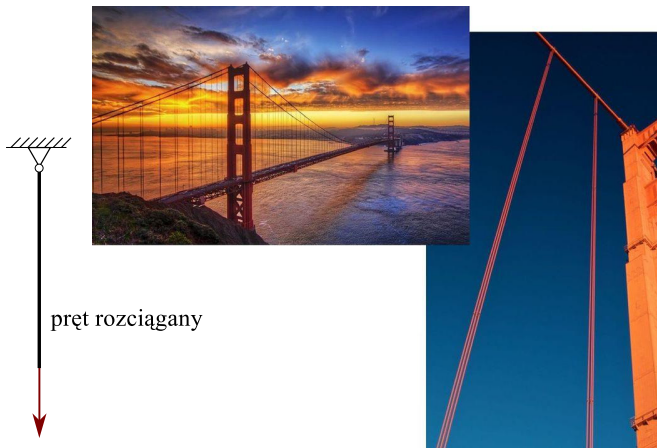
Plan prezentacji

- 1 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
 - Siły wewnętrzne – naprężenia
 - Deformacji materiału – odkształcenie

- 2 Badania eksperymentalne
 - Właściwości mechaniczne materiału

Siły wewnętrzne

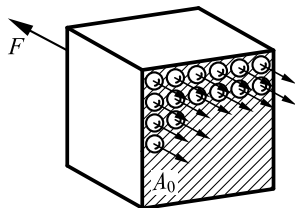
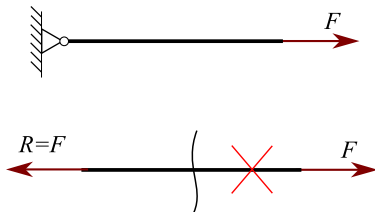
- w elementach konstrukcyjnych, pod wpływem przyłożonego obciążenia, pojawiają się siły wewnętrzne



Siły wewnętrzne

Siły wewnętrzne (międzyatomowe)

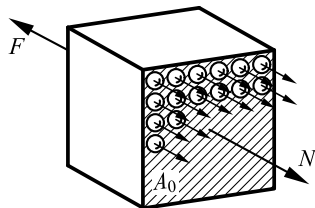
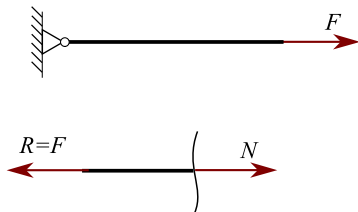
siły przeciwstawiające się zmianie kształtu lub zniszczeniu elementu konstrukcyjnego, wywołanego działaniem sił zewnętrznych; siły te starają się przywrócić pierwotną formę elementu



Siły wewnętrzne

Siła wewnętrzna

wypadkowa sił wzajemnego oddziaływania między atomami, przekazywana między obiema częściami przekroju



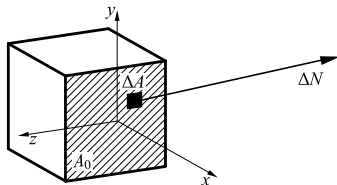
Jaką miarę przyjąć?

Naprężenia

Naprężenie średnie i naprężenia w punkcie

wewnętrzna siła oddziaływania przypadająca na jednostkę powierzchni wydzielonej w dowolnym punkcie

$$p_{\text{sr}} = \frac{\Delta N}{\Delta A}; \quad p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} = \frac{\Delta N}{\Delta A}$$



Naprężenia

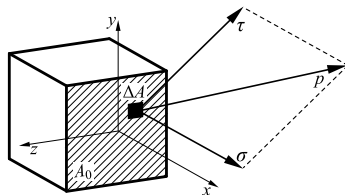
Naprężenie średnie i naprężenia w punkcie

wewnętrzna siła oddziaływania przypadająca na jednostkę powierzchni wydzielonej w dowolnym punkcie

$$p_{\text{śr}} = \frac{\Delta N}{\Delta A}; \quad p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} = \frac{\Delta N}{\Delta A}$$

σ – naprężenia normalne

τ – naprężenia styczne



Naprężenia

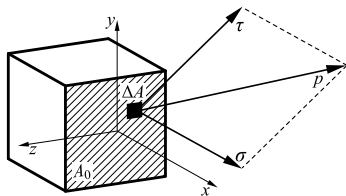
Naprężenie średnie i naprężenia w punkcie

wewnętrzna siła oddziaływania przypadająca na jednostkę powierzchni wydzielonej w dowolnym punkcie

$$p_{\text{śr}} = \frac{\Delta N}{\Delta A}; \quad p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} = \frac{\Delta N}{\Delta A}$$

σ – naprężenia normalne

τ – naprężenia styczne



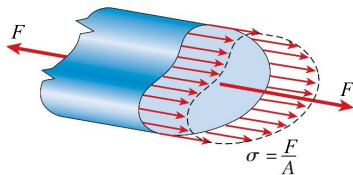
Naprężenia (definicja opisowa)

wielkość naprężeń jest miarą sił wewnętrznych pojawiających się w materiale w wyniku deformacji spowodowanej działaniem sił zewnętrznych

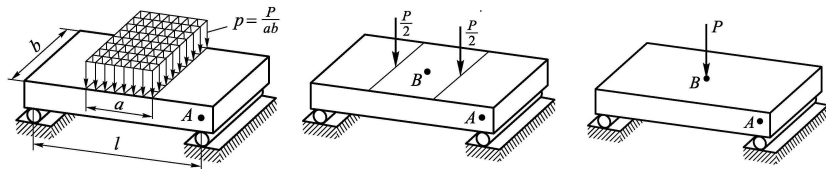
Naprężenia w pręcie rozciągany

Naprężenia w pręcie rozciągany (ściskany) są równomierne i wyrażają się zależnością $\sigma = F/A$ jeżeli:

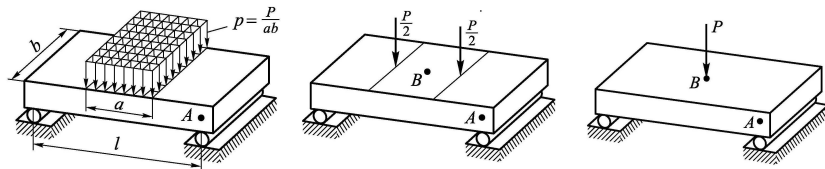
- siła przyłożona jest w osi obojętnej pręta
- długość pręta jest wyraźnie większa niż szerokość
- materiał jest ciągły i jednorodny
- przekrój jest taki sam na całej długości
- analizowany przekrój jest dostatecznie oddalony od miejsca przyłożenia siły



Zasada de Saint-Venanta



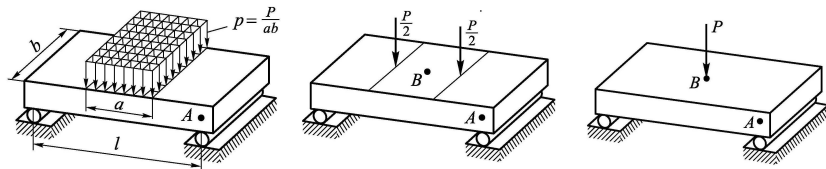
Zasada de Saint-Venanta



Zasada de Saint-Venanta

Naprężenia, w punktach ciała **dostatecznie odległych** od miejsca przyłożenia obciążenia, nie zależą w sposób istotny od charakteru rozłożenia obciążenia.

Zasada de Saint-Venanta

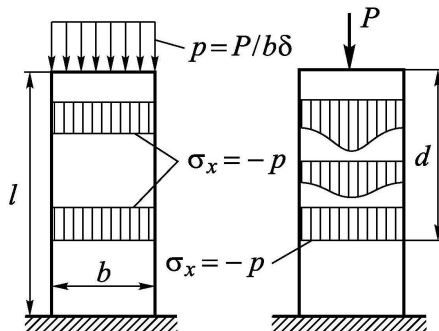


Zasada de Saint-Venanta

Naprężenia, w punktach ciała **dostatecznie odległych** od miejsca przyłożenia obciążenia, nie zależą w sposób istotny od charakteru rozłożenia obciążenia.

Naprężenia te nie zmieniają się, jeśli działające obciążenie zastąpi się innym, statycznie równoważnym.

Zasada de Saint-Venanta



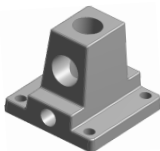
$$\sigma_x = -p \text{ dla } d \approx b$$

Zasada de Saint-Venanta

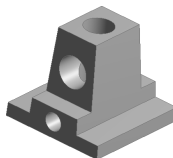
Dygresja... Metoda Elementów Skończonych



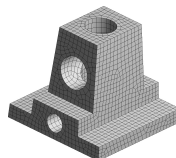
model
fizyczny



model
CAD



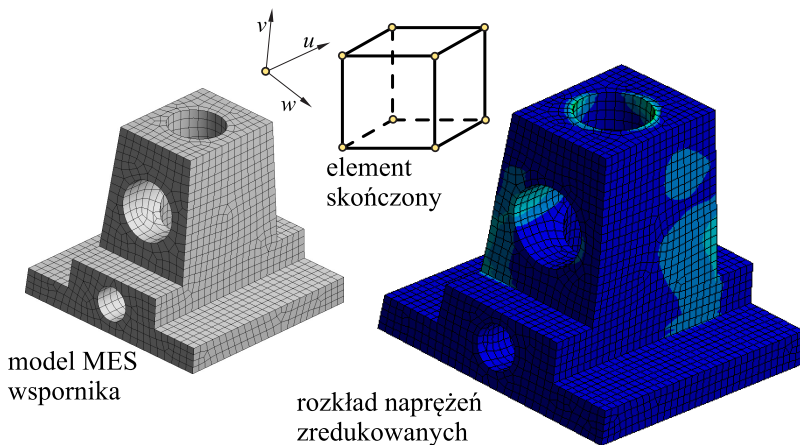
model
matematyczny



model
MES

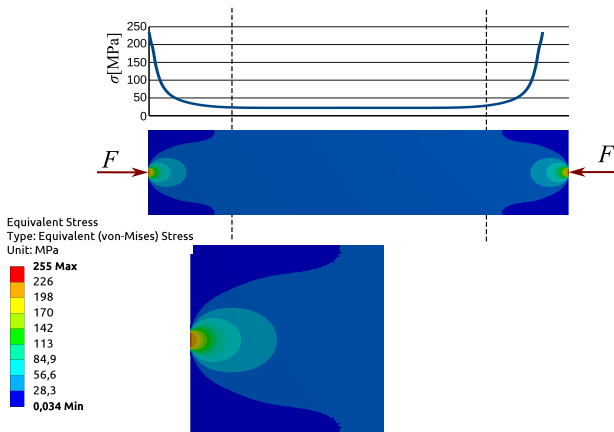
Zasada de Saint-Venanta

Dygresja... Metoda Elementów Skończonych



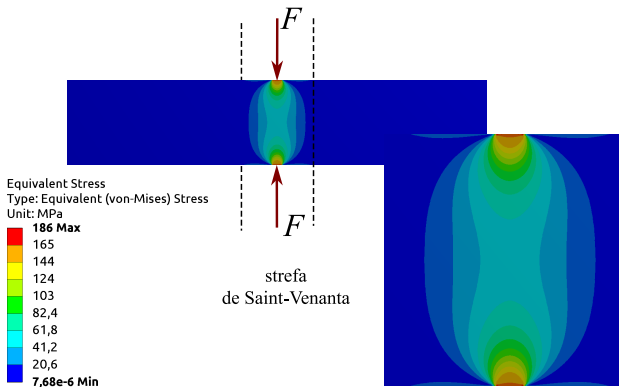
Zasada de Saint-Venanta

Rozkład naprężeń zredukowanych w pręcie ściskanym osiowo (siła 20 kN; przekrój 30x30 mm)



Zasada de Saint-Venanta

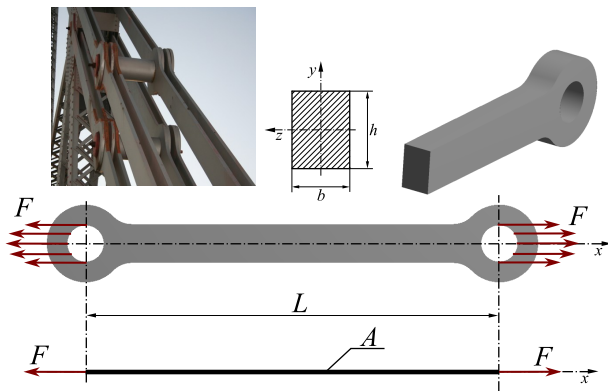
Rozkład naprężeń w przekroju ściskanym poprzecznie – symulacja procesu cięcia blachy



Naprężenia w pręcie rozciąganym

Przykład

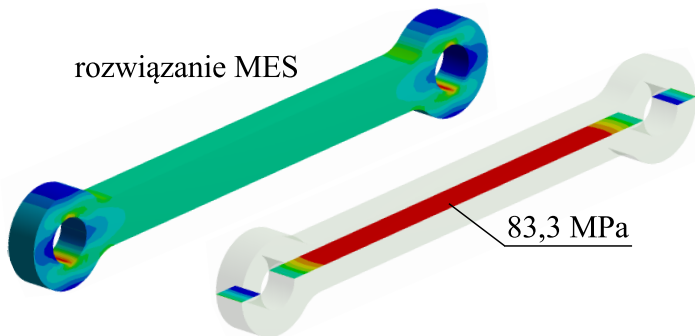
Wyznaczyć naprężenia normalne w przekroju poprzecznym łącznika obciążonego siłą osiową $F = 50 \text{ kN}$. Wymiary przekroju poprzecznego: $h = 30 \text{ mm}$, $b = 20 \text{ mm}$.



Naprężenia w pręcie rozciągającym

Przykład

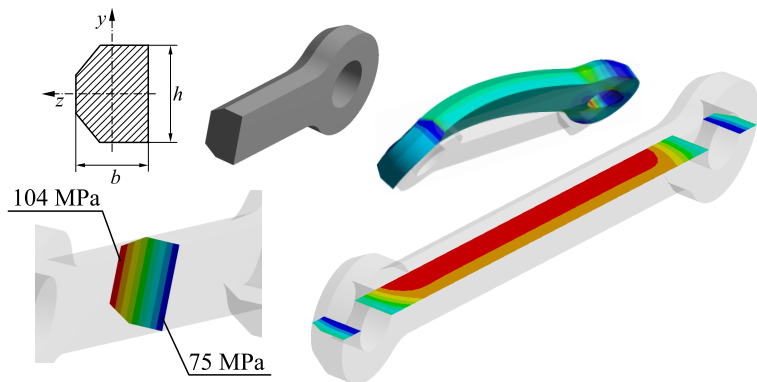
Wyznaczyć naprężenia normalne w przekroju poprzecznym łącznika obciążonego siłą osiową $F = 50$ kN. Wymiary przekroju poprzecznego: $h = 30$ mm, $b = 20$ mm.



Naprężenia w pręcie rozciągającym

Przykład

Co się stanie, jeśli w przypadku osiowego rozciągania zakłóci się symetrię układu?



Plan prezentacji

1 Zachowanie się materiału pod obciążeniem

- Siły wewnętrzne – naprężenia
- Deformacji materiału – odkształcenie

2 Badania eksperymentalne

- Właściwości mechaniczne materiału

Deformacja

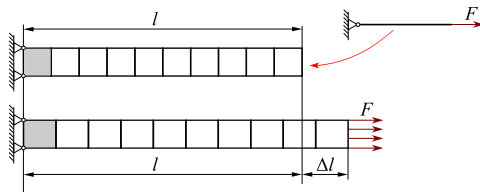
Deformacja

zmiana rozmiaru lub (i) kształtu jakiej ulega konstrukcja pod wpływem działania sił

- **deformacja sprężysta** – znika po odciążeniu; związana ze sprężystymi zniekształceniami siatki atomów
- **deformacja trwała** – nie znika po odciążeniu; związana z nieodwracalnym przemieszczaniem się jednych warstw sieci krystalicznej względem innych

Deformacja przy rozciąganiu – wydłużenie

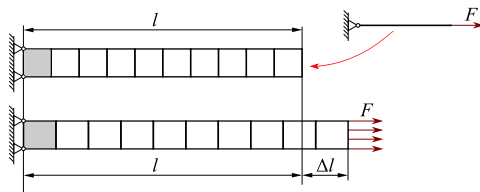
- podzielmy pręt na fragmenty o równej długości
- każdy fragment pod wpływem obciążenia wydłuży się o taką samą wartość
- suma wydłużeń wszystkich fragmentów składa się na wydłużenie pręta



Wydłużenie Δl

zmiana długości elementu wywołana obciążeniem

Odkształcenie – wydłużenie względne

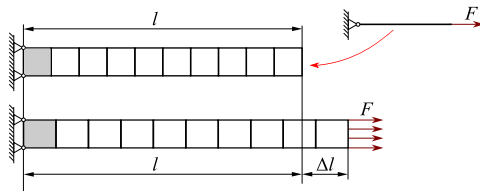


Odkształcenie ε

stosunek wydłużenia do długości początkowej

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Odkształcenie – wydłużenie względne



Odkształcenie ε

stosunek wydłużenia do długości początkowej

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Odkształcenie (definicja opisowa)

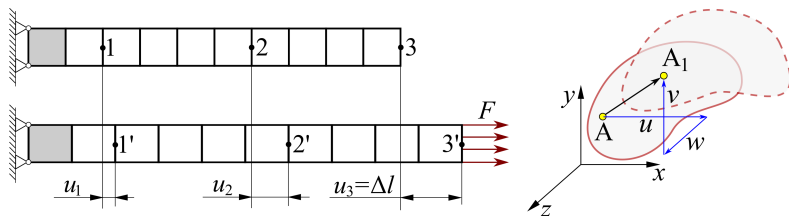
miara intensywności deformacji

Przemieszczenie

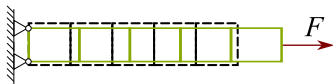
- deformacja zachodzi, gdy zmienia się wzajemne przemieszczenie poszczególnych punktów konstrukcji

Przemieszczenie u

zmiana położenia wybranego punktu elementu konstrukcyjnego



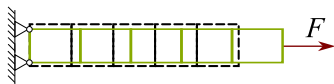
Deformacja poprzeczna – współczynnik Poisson'a



Współczynnik Poisson'a ν

współczynnik proporcjonalności między odkształceniem poprzecznym i wzdłużnym

Deformacja poprzeczna – współczynnik Poisson'a

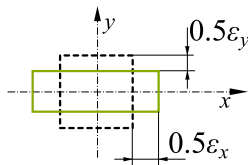


Wartości ν

- zakres: 0-0,5
- metale: 0,2-0,35

Współczynnik Poisson'a ν

współczynnik proporcjonalności między odkształceniem poprzecznym i wzdłużnym



$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$$

Neville Greaves, G. *Poisson's ratio over two centuries: Challenging hypotheses*, Notes and Records of the Royal Society, 67;(1):37-58, 2013.

Plan prezentacji

- 1 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
 - Siły wewnętrzne – naprężenia
 - Deformacji materiału – odkształcenie

- 2 Badania eksperymentalne
 - Właściwości mechaniczne materiału

Badania eksperymentalne – wiek XVII

Galileo Galilei (1564-1642)

DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,

intorno à due nuove scienze

Attinenti alla

MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI;

del Signor

GALILEO GALILEI LINCEO,

Filosofo e Matematico primario del Serenissimo

Grand Duca di Toscana.

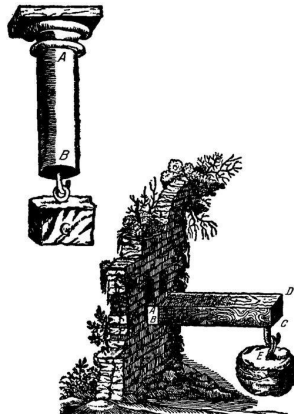
Con una Appendice del centro di gravità & alcuni Solidi.



IN LEIDA,

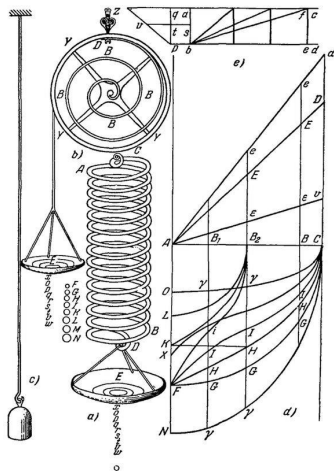
Appresso gli Elsevirii. M. D. C. XXXVIII.

The title page of Galileo's book, "Two New Sciences.



Badania eksperymentalne – wiek XVII

Robert Hooke (1635-1703)



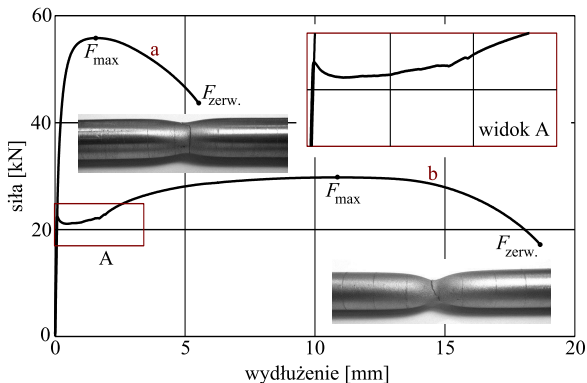
Krzywa rozciągania – maszyny wytrzymałościowe

- wspólnie właściwości mechaniczne materiałów wyznacza się na maszynach wytrzymałościowych



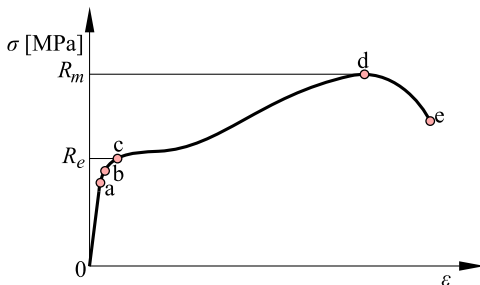
Krzywa rozciągania

- wynikiem próby rozciągania jest wykres przedstawiający zależność wydłużenia próbki od przyłożonej siły



Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

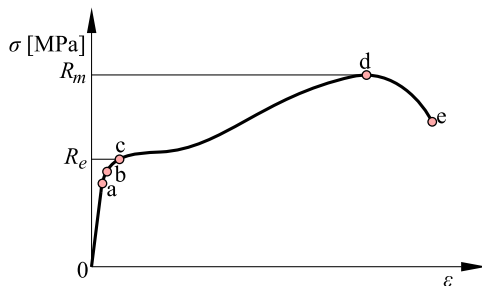


Granica proporcjonalności (a)

największe naprężenie, przy którym zależność $\sigma - \varepsilon$ jest liniowa

Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

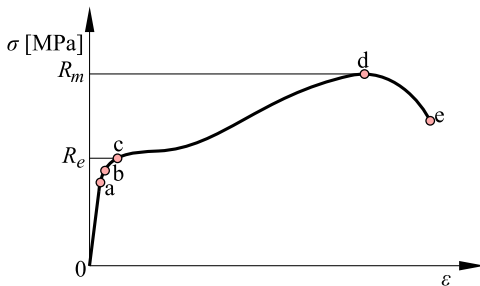


Granica sprężystości (b)

największe naprężenie, przy którym, po zakończeniu próby, nie pozostaje odkształcenie trwałe

Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

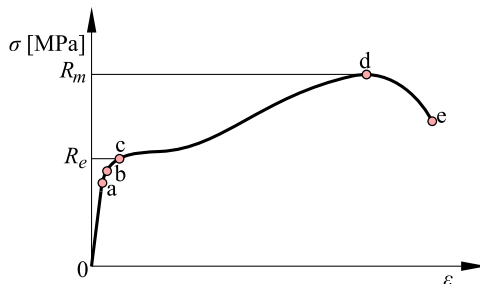


Granica plastyczności (płynięcia) (c)

naprężenie, przy którym następuje wzrost odkształcenia bez wzrostu naprężenia

Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

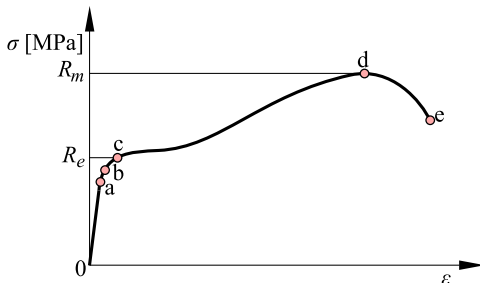


Doraźna wytrzymałość na rozciąganie (d)

największe naprężenie zaobserwowane w czasie próby

Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

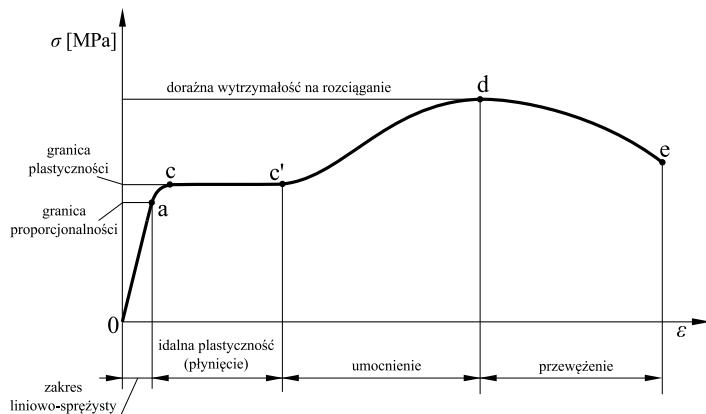


Napężenie zrywające (e)

napężenie, przy którym następuje zerwanie próbki

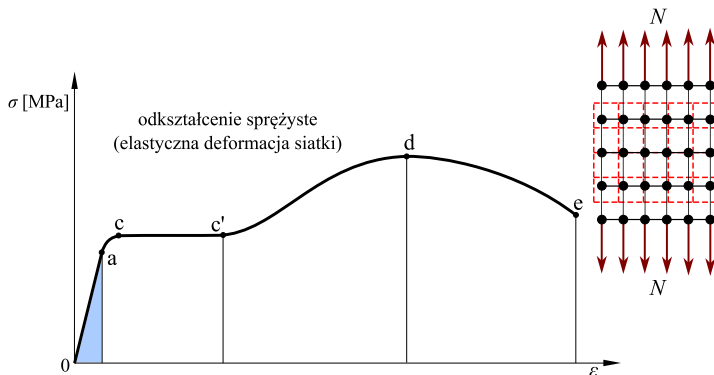
Krzywa rozciągania

- na krzywej rociągania można wskazać cztery obszary, w których materiał zachowuje się inaczej



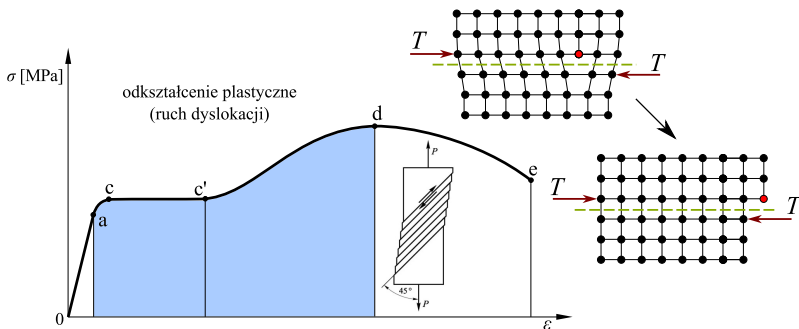
Krzywa rozciągania

- w obszarze sprężystym sieć atomów odkształca się sprężysto – po usunięciu obciążenia atomy wracają do pierwotnego położenia



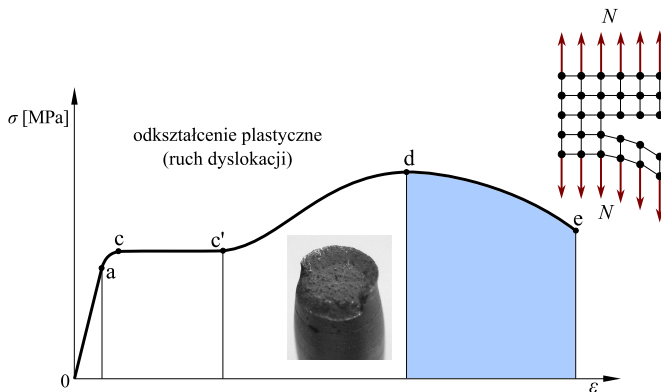
Krzywa rozciągania

- w obszarze plastycznym następuje ruch dyslokacji oraz powstawanie nowych dyslokacji



Krzywa rozciągania

- po pojawieniu się szyjki następuje sukcesywne odcielanie się atomów – rozerwanie

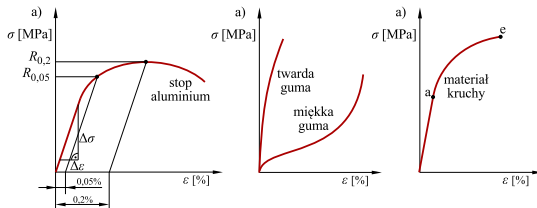


Krzywa rozciągania

Najważniejsze właściwości mechaniczne materiału odczytywane z krzywej rozciągania to:

- umowna granica plastyczności $R_{e,0,2}$
 - naprężenie, odpowiadające wydłużeniu równemu 0,2%
- moduł Younga E
 - stosunek przyrostu naprężeń do przyrostu odkształceń

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \operatorname{tg}\alpha$$



Krzywa rozciągania – plastyczność materiału

Plastyczność materiału (ciągliwość) w przypadku osiowego rozciągania opisuje się dwoma parametrami:

- procentowa zmiana przekroju

- stal ciągliwa: 50%

$$Z = \frac{A_0 - A_u}{A_0} \cdot 100\%$$

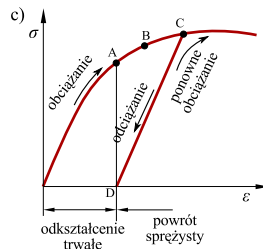
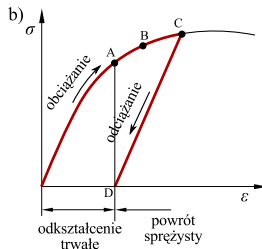
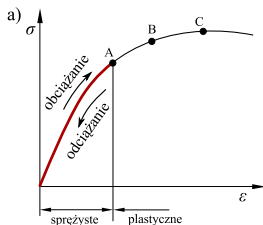
- procentowa wydłużenie

- stal: 3-40%; stopy aluminium: 1-45%

$$A = \frac{l_u - l_0}{l_0} \cdot 100\%$$

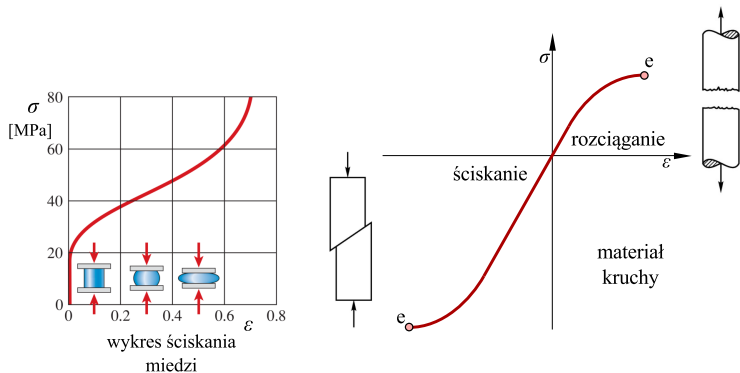
Krzywa rozciągania – odciążanie

- zachowanie się materiału przy odciażaniu zależy od tego, czy przekroczona zostanie granica sprężystości (punkt A)



Krzywa rozciągania-ściskania

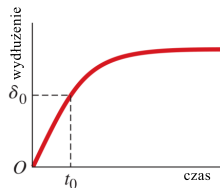
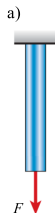
- niektóre materiały, jak np. pianki, bada się w próbie statycznego ściskania
- krzywe rozciągania i ściskania dla danego materiału mogą być różne



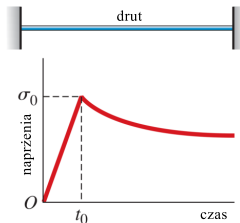
Zjawisko pełzania

Pełzanie

- zmiana naprężeń i odkształceń w obciążonym elemencie konstrukcyjnym, pojawiająca się z upływem czasu
- rozróżniamy:
 - pełzanie właściwe – zmiana odkształceń
 - relaksację – zmiana naprężeń



b)



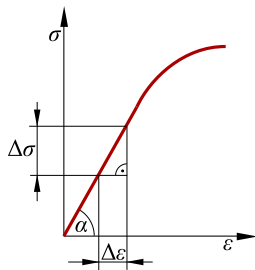
Właściwości mechaniczne wybranych materiałów

Materiał	ρ [kg/m ³]	E [MPa]	ν	R_m [MPa]
Stal	7850	200000	0,3	350
Aluminium	2700	70000	0,33	270
Szkło	2600	70000	0,2	–
Drewno	600	12000	–	–
Plastik	1000	2500	0,4	40
Guma	1100	2	0,45	–

Prawo Hooke'a przy osiowym rozciąganiu

Związki opisujące zachowanie się pręta w stanie czystego rozciągania lub ściskania:

- naprężenie: $\sigma = \frac{F}{A}$
- odkształcenie: $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$
- moduł Younga: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$



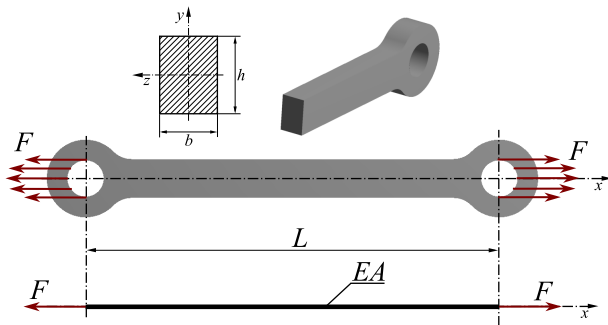
- prawo Hooke'a dla rozciągania: $\Delta l = \frac{Fl}{EA}$

Wszystkie powyższe związki są związkami liniowymi

Wydłużenie pręta rozciąganego

Przykład

Wyznaczyć wydłużenie łącznika stalowego o długości $L = 320$ mm obciążonego siłą osiową $F = 50$ kN. Wymiary przekroju poprzecznego: $h = 30$ mm, $b = 20$ mm. Właściwości mechaniczne materiału: $E = 2 \cdot 10^5$ MPa, $\nu = 0,3$.



Wydłużenie pręta rozciąganego

Przykład

Wyznaczyć wydłużenie łącznika stalowego o długości $L = 320$ mm obciążonego siłą osiową $F = 50$ kN. Wymiary przekroju poprzecznego: $h = 30$ mm, $b = 20$ mm. Właściwości mechaniczne materiału: $E = 2 \cdot 10^5$ MPa, $\nu = 0,3$.

