Analiza Wytrzymałościowa Konstrukcji Mechanicznych

Wprowadzenie

dr hab. inż. Paweł JASION
e-mail: pawel.jasion@put.poznan.pl
www: pawel.jasion.pracownik.put.poznan.pl

Politechnika Poznańska
Instytut Mechaniki Stosowanej
Zakład Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji

Informacje organizacyjne

Konsultacje

- poniedziałek, wtorek 11:30-12:15
- pokój: MC404, budynek: A5 (kampus Piotrowo)

Organizacja przedmiotu

- wykład/ćwiczenia/laboratorium – 15/15/15 godzin

Zaliczenie

- wykład: projekt końcowy obejmujący wiedzę z wykładu
- ćwiczenia: kolokwium
- laboratorium: wykonanie sześciu ćwiczeń; oddanie sześciu sprawozdań

Cel zajęć

Cel przedmiotu

zrozumienie, jak materiał oraz elementy konstrukcyjne zachowują się pod obciążeniem

Jakiej wiedzy potrzebujemy

- wytrzymałość materiałów
  - aby rozumieć deformację, rozkład naprężeń, przepływ sił
- materiałoznawstwo
  - aby rozumieć wpływ struktury materiału na jego zachowanie
- wyniki eksperymentów
  - aby wyznaczyć własności mechaniczne materiału i zrozumieć mechanizmy deformacji i zniszczenia
- matematyka
  - aby opisać związki między wielkościami (naprężenia, odkształcenia, itd.)

Zakres przedmiotu

- zachowanie się materiału pod obciążeniem
- wprowadzenie podstawowych pojęć: przemieszczenie, deformacja, odkształcenie, naprężenie
- energia odkształcenia sprężystego
- zastosowanie metod energetycznych w mechanice
  - twierdzenie Castigliano
  - stateczność konstrukcji
  - obciążenie udarowe
- pręty zakrzywione
- rury grubościenne
- wprowadzenie do teorii płyt i powłok

Literatura

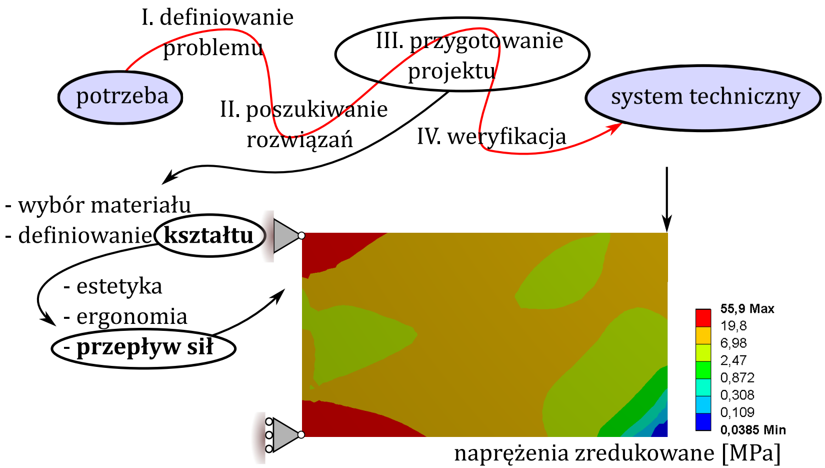
1. Dyląg Z., Jakubowicz A., Orłoś Z. *Wytrzymałość materiałów. Tom I i II*, WNT, Warszawa, 2013
2. Ostwald M. *Podstawy wytrzymałości materiałów i konstrukcji*, WPP, Poznań, 2017
3. Timoshenko S. *Strength of Materials, part I and II: Advanced Theory and Problems*, D. Van Nostrand Company, Inc., New York, 1947
4. Nash WA. *Schaum's Outline of Theory and Problems of Strength of Materials*, McGraw-Hill, New York, 1998.
5. Boresi AP., Schmidt RJ. *Advanced Mechanics of Materials*, Joh Willey & Sons, Inc., New York, 2003.
6. Gere JM., Goodno BJ. *Mechanics of materials*, Cengage Learning, Australia, 2009

Plan wykładu

1. Wprowadzenie
   - Wytrzymałość materiałów w procesie projektowym
2. Zachowanie się materiału pod obciążeniem
   - Deformacja i zniszczenie
3. Podstawowe definicje
   - Definicja naprężeń; siły wewnętrzne
   - Deformacja; przemieszczenia i odkształcenia
   - Związki fizyczne

Plan wykładu

Kształtowanie elementów konstrukcyjnych



Kształtowanie elementów konstrukcyjnych

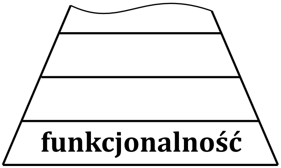
Funkcjonalność

zdolność konstrukcji do spełniania swojej funkcji

Aby konstrukcja mogła spełniać swoją funkcję nie może:

- tracić spójności – *warunek wytrzymałości*
- ulegać nadmiernej deformacji – *warunek sztywności*
- tracić stateczności – *warunek stateczności*

$$\left.\begin{array}{l} \sigma \leq \sigma_{dop} \\ \delta \leq \delta_{dop} \\ \boldsymbol{F} \leq \boldsymbol{F}_{cr} \end{array}\right\} = \text{funkcjonalność}$$



Kształtowanie elementów konstrukcyjnych

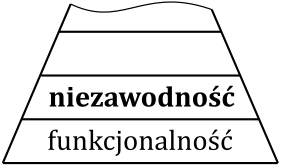
Niezawodność

funkcjonalność trwająca przez założony okres czasu

Aby dodać aspekt czasu należy zrozumieć procesy zachodzące w materiale i w konstrukcji w czasie eksploatacji. Są to:

- warunki obciążenia i podparcia
- wpływ otoczenia
- procesy zachodzące na powierzchni (warstwa wierzchnia)

$$\left.\begin{array}{l}\sigma \leq \sigma_{dop}\\ \delta \leq \delta_{dop}\\ \boldsymbol{F} \leq \boldsymbol{F}_{kr}\end{array}\right\} + \text{czas} = \text{niezawodność}$$



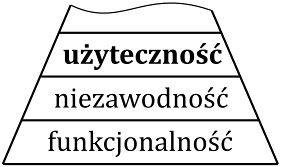
Pamiętaj o najsłabszym ogniwie!

Kształtowanie elementów konstrukcyjnych

Użyteczność

łatwość użytkowania produktu (forgiving design)

$$\left.\begin{array}{l} \sigma \leq \sigma_{dop} \\ \delta \leq \delta_{dop} \\ \boldsymbol{F} \leq \boldsymbol{F}_{kr} \end{array}\right\} + \text{czas} + \text{ergonomia} = \text{użyteczność}$$



Kształtowanie elementów konstrukcyjnych

Aby spełnić warunek funkcjonalności konstruktor musi

- przewidzieć możliwy sposób zniszczenia,
- wybrać kryterium zniszczenia.

Aby przewidzieć sposób zniszczenia

- wymagana jest analiza stanu naprężeń,
- należy zbadać zachowanie się materiału pod obciążeniem
- należy założyć „historię” obciążenia

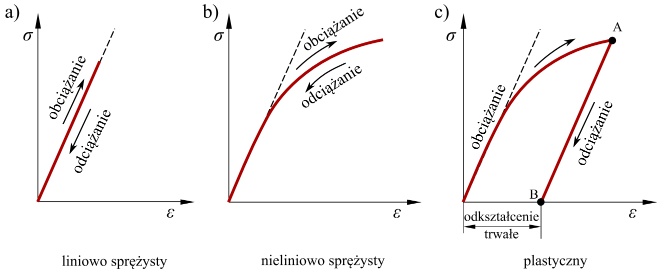
Plan wykładu

1. Wprowadzenie
   - Wytrzymałość materiałów w procesie projektowym
2. Zachowanie się materiału pod obciążeniem
   - Deformacja i zniszczenie
3. Podstawowe definicje
   - Definicja naprężeń; siły wewnętrzne
   - Deformacja; przemieszczenia i odkształcenia
   - Związki fizyczne

Zachowanie się materiału pod obciążeniem

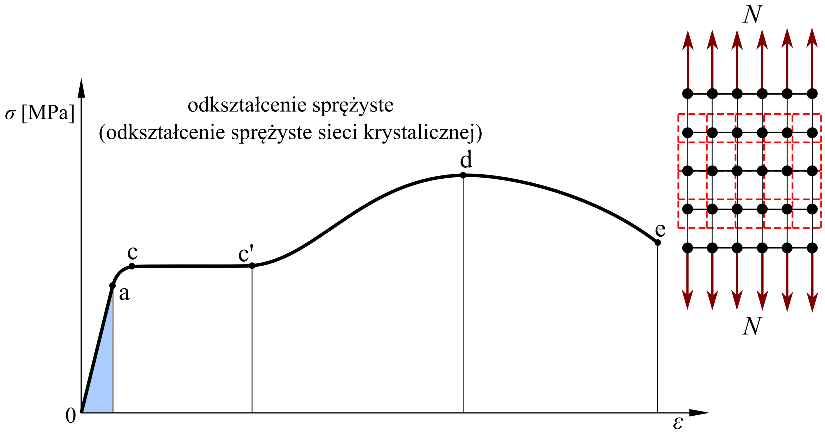
Rodzaje materiałów

- zwykłe użytkowanie konstrukcji zwykle wymaga aby materiał pozostawał w zakresie sprężystym
- aby przewidzieć zniszczenie materiału, należy rozważyć jego zachowanie w zakresie plastycznym



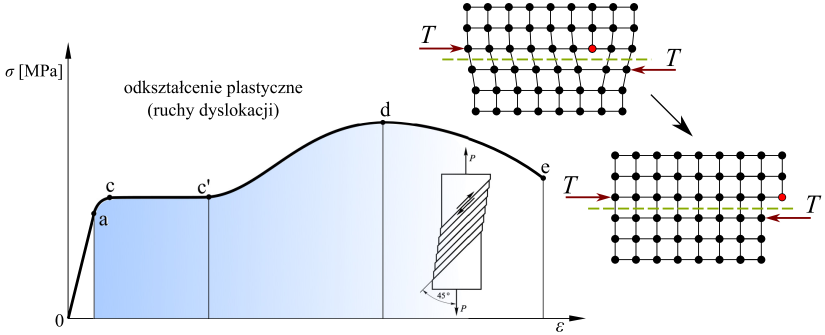
Zachowanie się materiału pod obciążeniem

Etapy deformacji



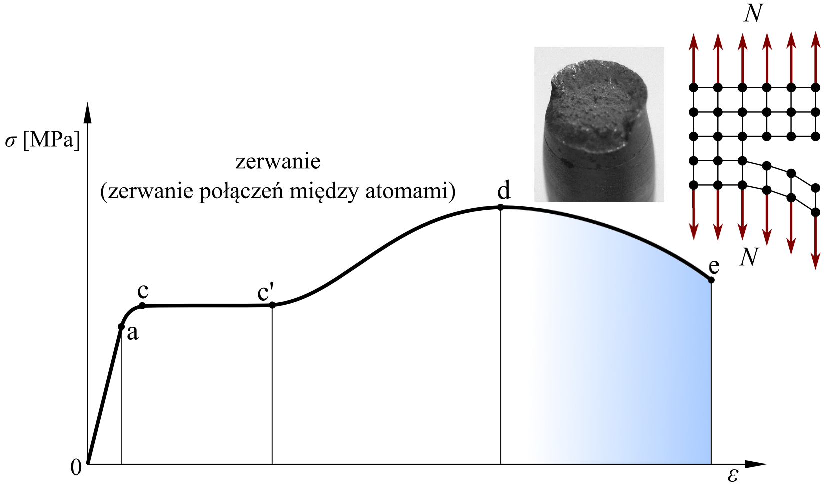
Zachowanie się materiału pod obciążeniem

Etapy deformacji



Zachowanie się materiału pod obciążeniem

Etapy deformacji

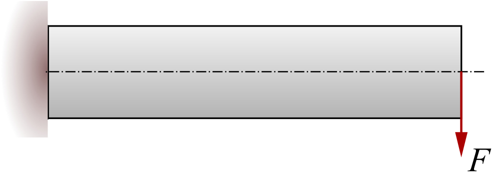


Plan wykładu

Czego szukamy?

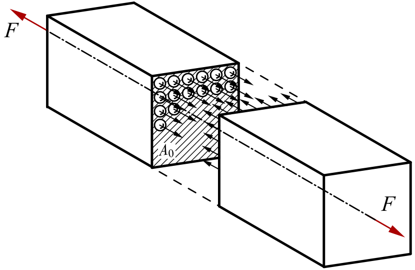
Aby analizować konstrukcję należy znaleźć zależności między parametrami w skali mikro i makro

- odkształcenia-przemieszczenia
- naprężenia-obciążenia
- naprężenia-odkształcenia



Definicja naprężeń

- ciało sprężyste pod działaniem sił zewnętrznych ulega deformacji
- nie traci ono spójności dzięki siłom wewnętrznym
- siły te są siłami atomowymi działającymi między cząsteczkami (atomami)



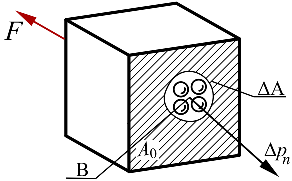
Definicja naprężeń

- wprowadźmy siłę wewnętrzną Δp_n, która jest sumą wszystkich sił atomowych rozłożonych na powierzchni ΔA
- miara intensywności sił wewnętrznych, **naprężenia średnie**, definiowana jest następująco

$$p_{n,sr} = \frac{\Delta p_n}{\Delta A}$$

- jeśli powierzchnia ΔA dąży do 0 otrzymuje się **naprężenia w punkcie**

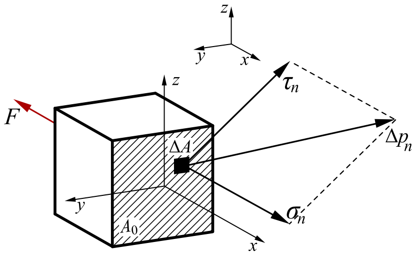
$$p_n = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta p_n}{\Delta A}$$



Składowe naprężeń

W ogólnym przypadku wektor naprężeń może być skierowany w dowolnym kierunku i może być rozłożony na dwie składowe:

- normalną do przekroju poprzecznego → naprężenia normalne σ_n
- styczne do przekroju poprzecznego → naprężenia styczne τ_n



Składowe naprężeń

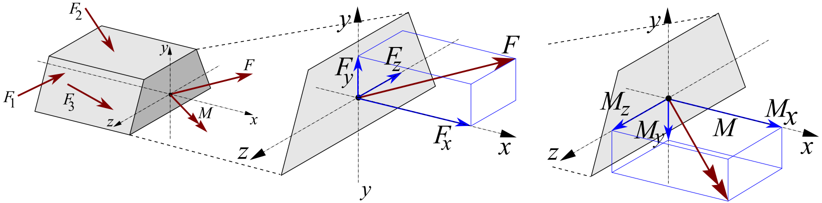
- naprężenia, podobnie jak ich składowe, mogą być zdefiniowane w każdym punkcie dowolnego przekroju poprzecznego
- rozważmy naprężenia w punkcie A na płaszczyźnie yz kartezjańskiego układu współrzędnych; oś x jest normalna do tej płaszczyzny
- wektor naprężeń p_n może być rozłożony na trzy składowe:
  - naprężenia normalne: σ_x
  - naprężenia styczne: τ_{xy}
  - naprężenia styczne: τ_{xz}

Składowe naprężeń

- w podobny sposób można zdefiniować naprężenia na dwóch pozostałych płaszczyznach
- w konsekwencji otrzymuje się 9 składowych naprężeń opisujących stan naprężeń w punkcie; wszystkie z nich są funkcjami trzech współrzędnych
- indeksy przy składowych naprężeń wskazują na:
  - kierunek normalny do analizowanej płaszczyzny – indeks pierwszy
  - kierunek, w którym działa składowa – indeks drugi

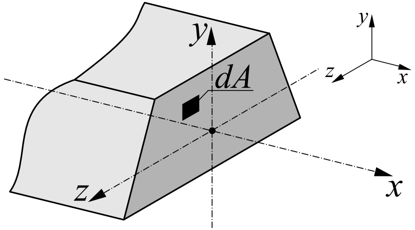
Siły wewnętrzne w funkcji naprężeń

- zgodnie z zasadami mechaniki wiadomo, że każdy układ sił działających na ciało może zostać zredukowany do wektora siły F i wektora momentu M
- jeśli są to wektory sił wewnętrznych działających na przekroju poprzecznym, to ich początki umiejscowione są w środku ciężkości przekroju C, a same wektory mogą być rozłożone na 6 składowych, mających odpowiednie znaczenie



Siły wewnętrzne w funkcji naprężeń

Wszystkie siły wewnętrzne mogą być zdefiniowane w funkcji składowych naprężeń



Plan wykładu

1. Wprowadzenie
   - Wytrzymałość materiałów w procesie projektowym
2. Zachowanie się materiału pod obciążeniem
   - Deformacja i zniszczenie
3. Podstawowe definicje
   - Definicja naprężeń; siły wewnętrzne
   - Deformacja; przemieszczenia i odkształcenia
   - Związki fizyczne

Deformacja ciała sprężystego

Deformacja

zmiana kształtu lub rozmiaru ciała (lub kształtu i rozmiaru)

W czasie deformacji zmienia się względne położenie punktów ciała.

Jeżeli pozycja ciała się zmienia, ale względne położenie jego punktów pozostaje bez zmian, mamy do czynienia z ruchem ciała sztywnego.

Deformacja ciała jest możliwa tylko wtedy, gdy względne położenie jego punktów zmienia się.

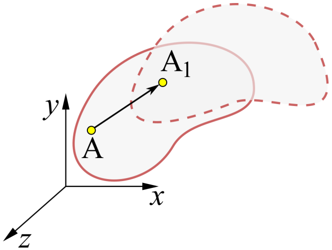
Przemieszczenie punktu ciała

Przemieszczenie

zmiana położenia punktu ciała

W kartezjańskim układzie współrzędnych mamy trzy składowe przemieszczenia, które są funkcjami współrzędnych:

- $u = u(x, y, z)$
- $v = v(x, y, z)$
- $w = w(x, y, z)$

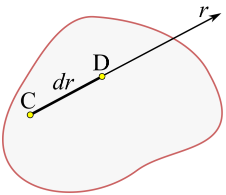


Przemieszczenie jest dodatnie, jeśli jego kierunek jest zgodny z kierunkiem osi.

Odkształcenie ciała w punkcie

Odkształcenie liniowe

Rozważmy odkształcenie ciała w punkcie 'C'. Aby to zrobić, weźmy liniowy element 'CD' zorientowany w kierunku r.



Odkształcenie ciała w punkcie

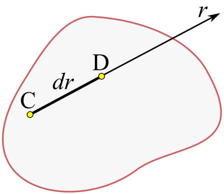
Odkształcenie liniowe

Rozważmy odkształcenie ciała w punkcie ’C’. Aby to zrobić, weźmy liniowy element ’CD’ zorientowany w kierunku r.

Odkształcenie liniowe

$$\varepsilon_r = \lim_{CD \to 0} \frac{\Delta CD}{CD}$$

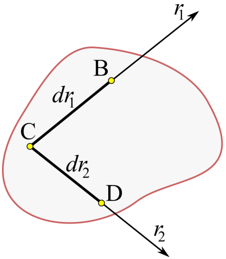
ε_r może być inne w innych kierunkach przechodzących przez punkt ’C’.



Odkształcenie ciała w punkcie

Odkształcenie postaciowe

Rozważmy odkształcenie ciała w punkcie 'C'. Aby to zrobić, weźmy dwa liniowe elementy 'CB' i 'CD' zorientowane w kierunku r_1 i r_2. Elementy są do siebie prostopadłe.



Odkształcenie ciała w punkcie

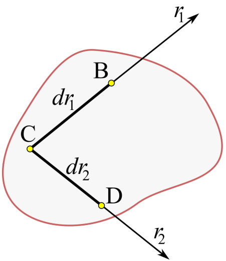
Odkształcenie postaciowe

Rozważmy odkształcenie ciała w punkcie 'C'. Aby to zrobić, weźmy dwa liniowe elementy 'CB' i 'CD' zorientowane w kierunku r_1 i r_2. Elementy są do siebie prostopadłe.

Odkształcenie postaciowe

$$\gamma = \alpha_1 + \alpha_2$$

γ może mieć różne wartości dla różnych par elementów liniowych przechodzących przez punkt 'C'.



Deformacja ciała

W kartezjańskim układzie współrzędnych są **trzy** składowe przemieszczeń i **sześć** składowych odkształceń; wszystkie powyższe wielkości są funkcjami współrzędnych (x, y, z):

- $u(x, y, z)$
- $v(x, y, z)$
- $w(x, y, z)$

- $\varepsilon_x(x, y, z)$
- $\varepsilon_y(x, y, z)$
- $\varepsilon_z(x, y, z)$
- $\gamma_{xy}(x, y, z)$
- $\gamma_{yz}(x, y, z)$
- $\gamma_{zx}(x, y, z)$

Znając funkcje przemieszczeń, u, v, w, można opisać deformację całego ciała – przemieszczenie każdego punktu konstrukcji.

Deformacja ciała

Funkcje przemieszczeń i funkcje odkształceń opisują to samo zjawisko, ale na różne sposoby. Musi zatem istnieć związek między nimi.

$$u(x,y,z) \ \ ? \ \ \varepsilon(x,y,z)$$

Aby znaleźć ten związek stosujemy podejście geometryczne (kinematyczne), co oznacza, że naprężenia jak również właściwości fizyczne materiału nie są brane pod uwagę.

W ten sposób otrzymujemy zależności, które są prawdziwe dla każdego materiału i każdego stanu naprężeń

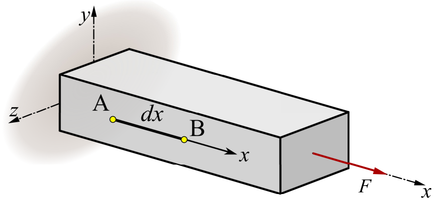
Deformacja ciała

Ponadto zakładamy, że materiał ciała jest ciągły i jednorodny, a ciało jest wystarczająco sztywne, aby zapewniona była liniowa zależność pomiędzy przemieszczeniami i odkształceniami.

Duża sztywność oznacza, że przemieszczenia są małe w porównaniu do rozmiarów ciała.

Odkształcenia w zagadnieniach jednowymiarowych

Ciało obciążone osiowo



Odkształcenie ciała

W przypadku zagadnień trójwymiarowych można zapisać sześć zależności między przemieszczeniami i odkształceniami:

ODKSZTAŁCENIA NORMALNE

- $\varepsilon_x = \dfrac{\partial u}{\partial x}$
- $\varepsilon_y = \dfrac{\partial v}{\partial y}$
- $\varepsilon_z = \dfrac{\partial w}{\partial z}$

ODKSZTAŁCENIA POSTACIOWE

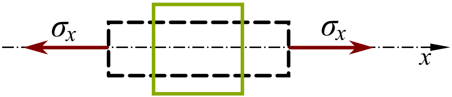
- $\gamma_{xy} = \dfrac{\partial v}{\partial x} + \dfrac{\partial u}{\partial y}$
- $\gamma_{yz} = \dfrac{\partial w}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial z}$
- $\gamma_{zx} = \dfrac{\partial u}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial x}$

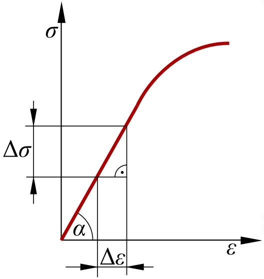
Plan wykładu

Związki fizyczne – prawo Hooke'a

Zagadnienia jednowymiarowe

Dla problemów jednowymiarowych prawo Hooke'a określa się na podstawie statycznej próby rozciągania.
Pomijamy odkształcenie ciała w kierunku poprzecznym zakładając, że zwiększa się jedynie długość ciała.



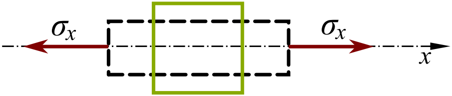


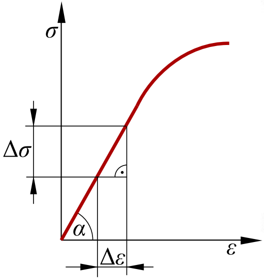
Związki fizyczne – prawo Hooke'a

Zagadnienia jednowymiarowe

Dla problemów jednowymiarowych prawo Hooke'a określa się na podstawie statycznej próby rozciągania. Pomijamy odkształcenie ciała w kierunku poprzecznym zakładając, że zwiększa się jedynie długość ciała.

$$\sigma_x = E\varepsilon_x$$





Związki fizyczne – prawo Hooke’a

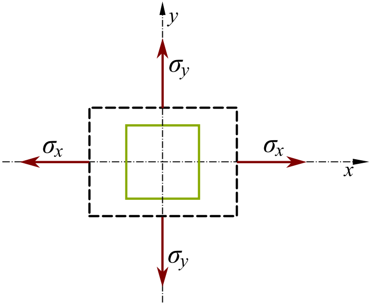
Zagadnienia dwuwymiarowe

W płaskim stanie naprężeń odkształcenia pojawiają się w dwóch kierunkach. Odkształcenia te są związane ze sobą współczynnikiem Poisson’a

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$$

Znając ε_x można określić ε_y zakładając, że dane jest ν.

$$\varepsilon_y = -\nu\varepsilon_x$$



Związki fizyczne – prawo Hooke'a

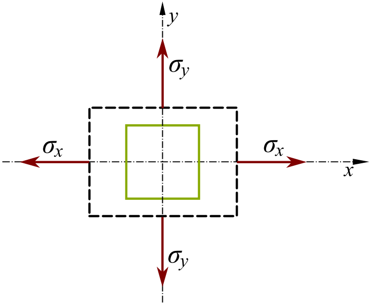
Zagadnienia dwuwymiarowe

W płaskim stanie naprężeń odkształcenia pojawiają się w dwóch kierunkach. Odkształcenia te są związane ze sobą współczynnikiem Poisson'a

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$$

Znając ε_x można określić ε_y zakładając, że dane jest ν.

$$\varepsilon_y = -\nu\varepsilon_x$$



$$\begin{cases} \sigma_x = \dfrac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y\right) \\ \sigma_y = \dfrac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x\right) \end{cases}$$