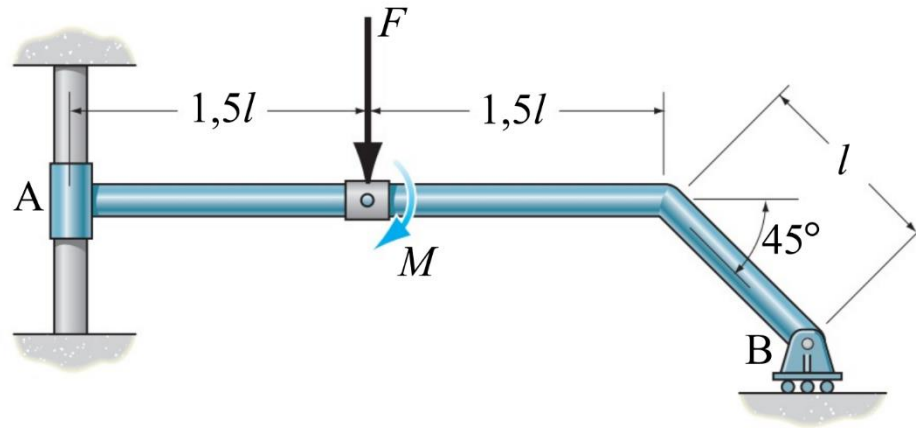


Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (statyka)

Wyznaczyć reakcje w podporach układu przedstawionego na rysunku. Kołnierz A może się swobodnie przesuwać po pionowej prowadnicy.
(Hibbeler, 2016)

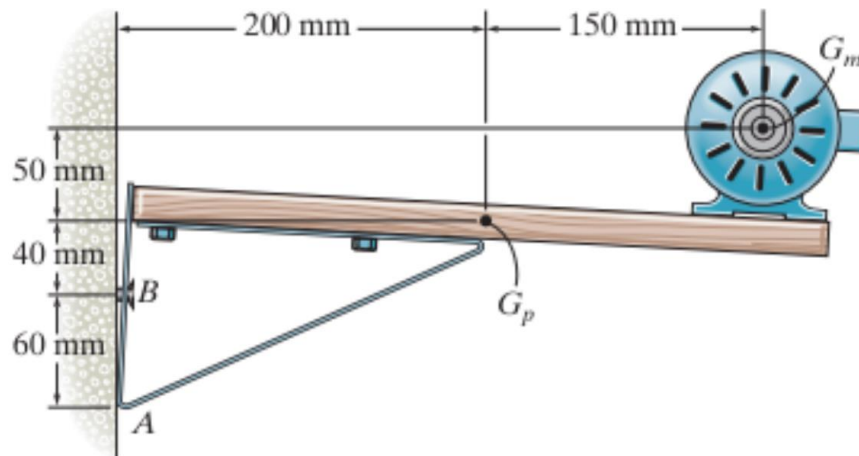


Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (statyka)

Półka wspiera silnik elektryczny o masie 15 kg, którego środek ciężkości znajduje się w punkcie G_m . Półka ma masę 4 kg i środek ciężkości w punkcie G_p .

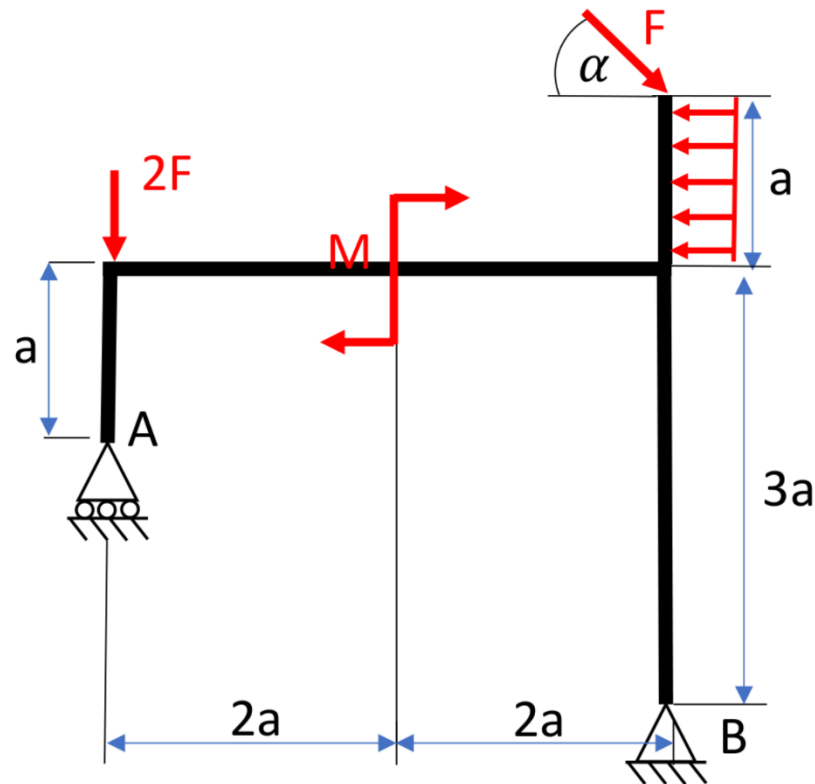
Przyjąć, że półka jest utrzymywana przez jedną śrubę w punkcie B, a wspornik opiera się przesuwnie w punkcie A.

Wyznaczyć siłę normalną w punkcie A oraz składowe reakcji w śrubie.
(Hibbeler, 2014)



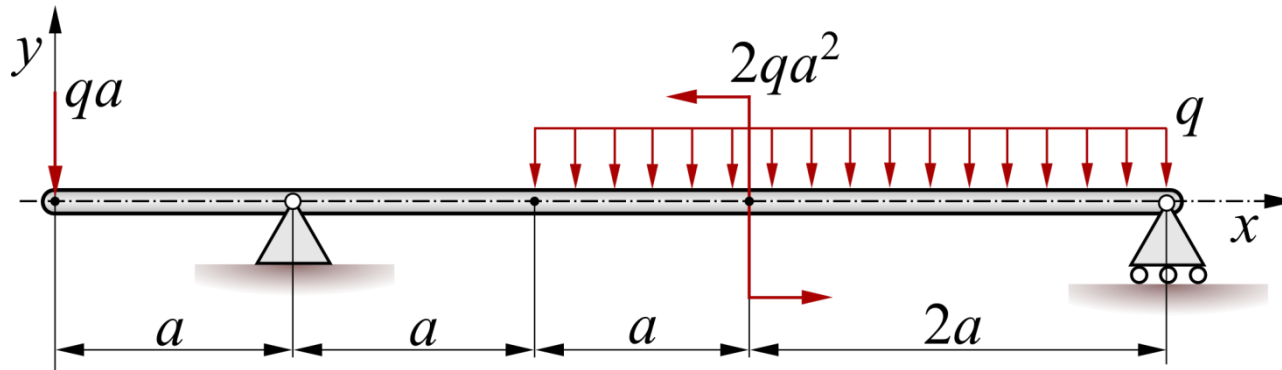
Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (statyka)

Wyznaczyć reakcje w podporach A i B.
(Plust, 2024)



Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (statyka)

Wyznaczyć reakcje w podporach belki przedstawionej na rysunku.

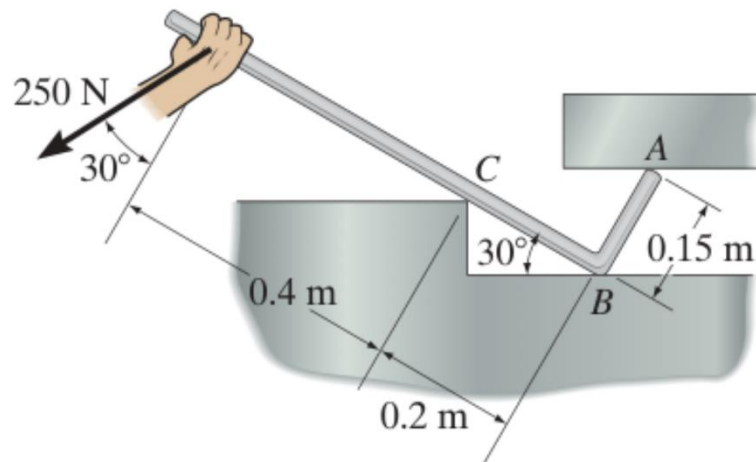


Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (statyka)

Wyznaczyć reakcje w punktach podparcia A, B i C.

(Hibbeler, 2016)

(do samodzielnego wykonania)



Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (statyka)

The man uses the hand truck to move material up the step. If the truck and its contents have a mass of 50 kg with center of gravity at G , determine the normal reaction on both wheels and the magnitude and direction of the minimum force required at the grip B needed to lift the load.

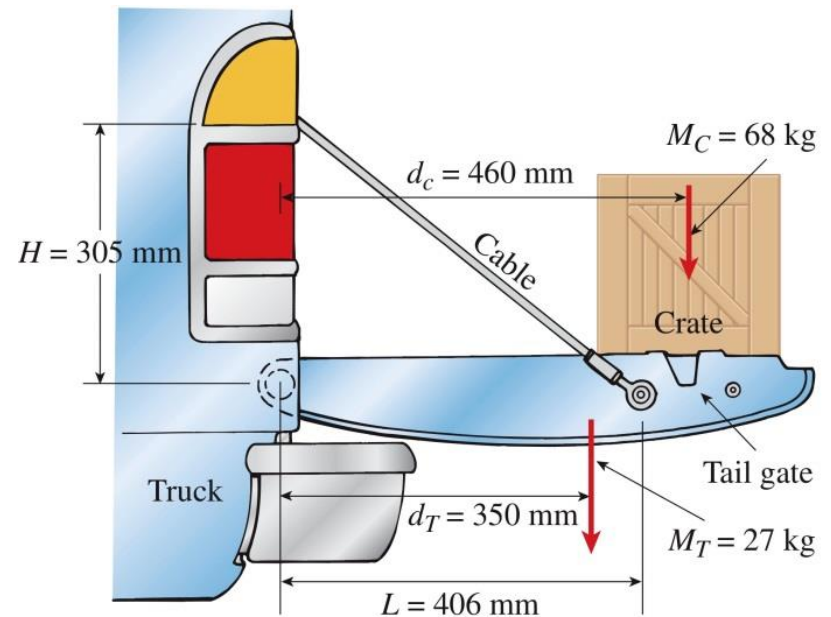
(Hibbeler, 2016)

(do samodzielnego wykonania)



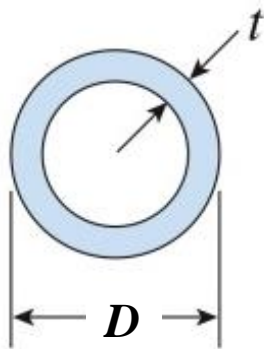
Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (rozciąganie i ściskanie prętów)

Tylna klapa pojazdu o masie 27 kg, podtrzymywana dwoma linkami o średnicy 2 mm, obciążona jest skrzynią o masie 68 kg. Wyznaczyć siłę rozciągającą i naprężenia normalne w każdej lince.



Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (rozciąganie i ściskanie prętów)

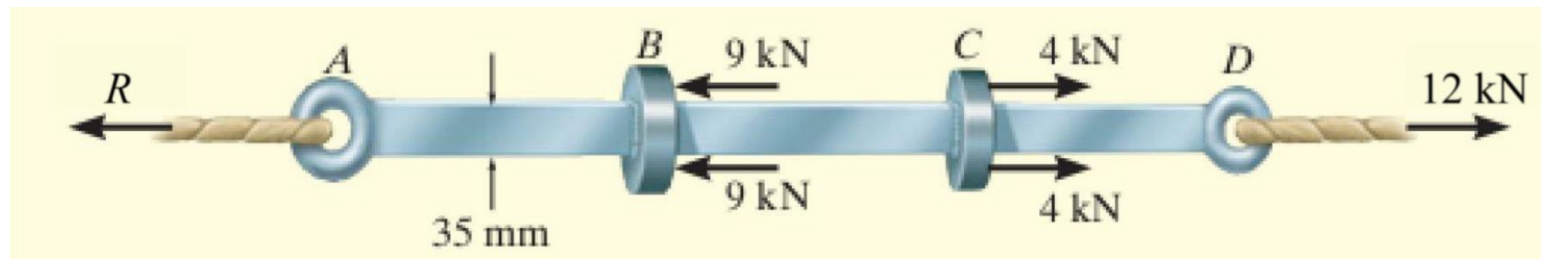
Dach trybuny wsparty jest na trzech kolumnach rurowych. Masa dachu równa jest 6 ton i rozkłada się równomiernie na przednie i tylne podpory. Dobrać średnicę zewnętrzną rury D , zakładając jej grubość $t = 2$ mm. Współczynnik bezpieczeństwa przyjąć $n = 6$. Zaproponować i porównać dwa warianty rozwiązania: stal ($R_e = 250$ MPa), i aluminium ($R_e = 130$ MPa).



Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (rozciąganie i ściskanie prętów)

Pręt prostokątny o szerokości 35 mm i grubości 10 mm jest obciążony jak na rysunku. Wyznaczyć:

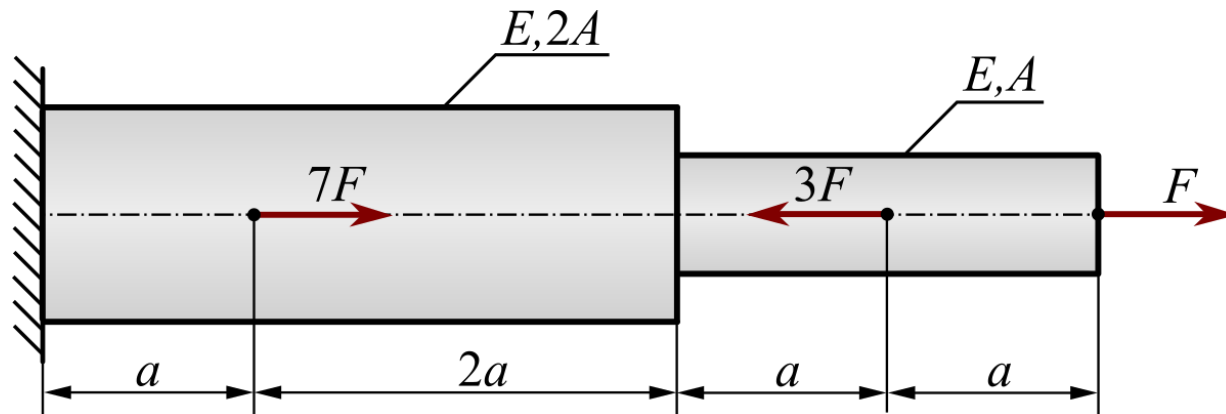
- reakcję w podporze,
- wykresy: sił wewnętrznych, naprężeń i odkształceń



Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (rozciąganie i ściskanie prętów)

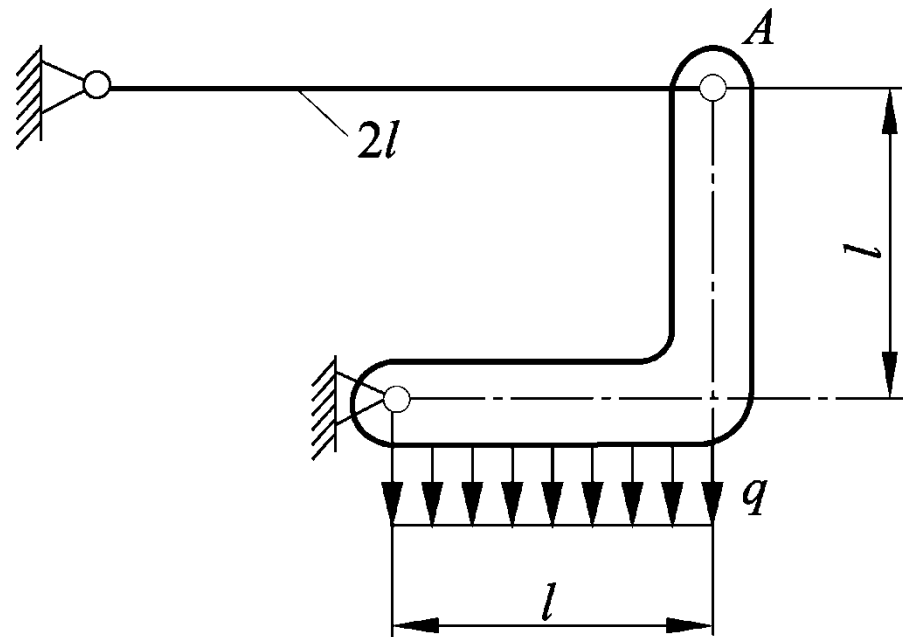
Dla pręta przedstawionego na rysunku wyznaczyć:

- reakcję w podporze,
- wykresy: sił wewnętrznych, naprężeń i przemieszczeń



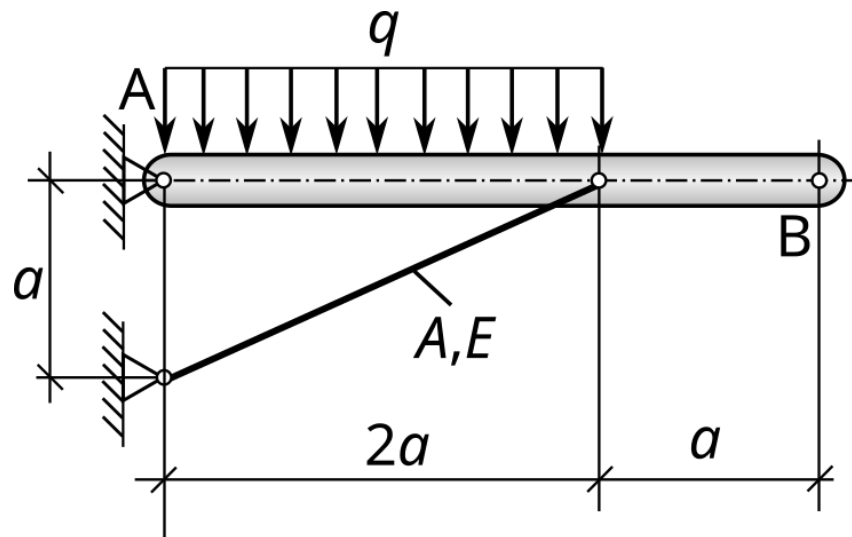
Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (rozciąganie i ściskanie prętów)

Dla pary pręt-ciało sztywne obciążonej intensywnością q wyznaczyć przemieszczenie punktu A .



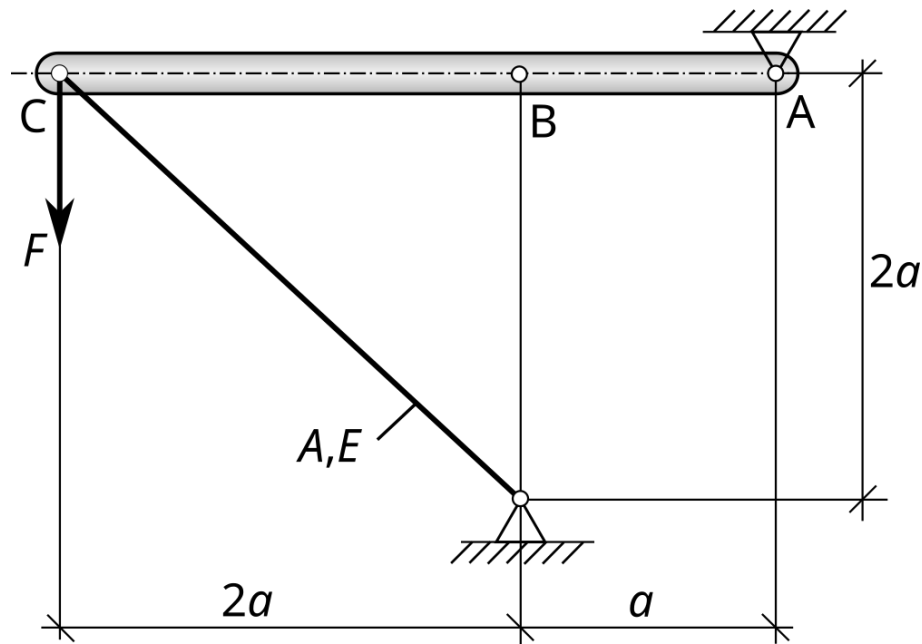
Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (rozciąganie i ściskanie prętów)

Dla pary pręt-ciało sztywne obciążonej intensywnością q wyznaczyć przemieszczenie punktu B.



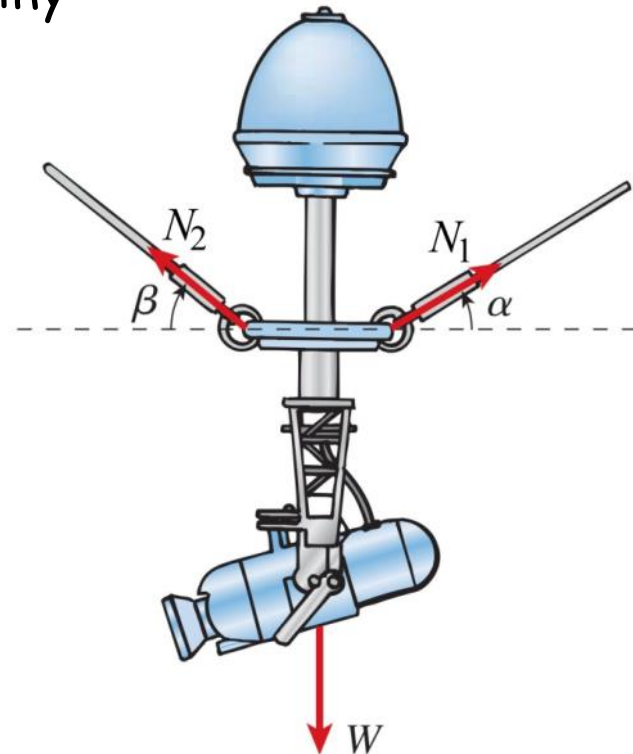
Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (rozciąganie i ściskanie prętów)

Dla pary pręt-ciało sztywne obciążonej intensywnością q wyznaczyć przemieszczenie punktu B.



Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (rozciąganie i ściskanie prętów)

Dwie stalowe liny wspierają ruchomą kamerę o masie 12 kg. W danej chwili lina nr 1 nachylona jest w stosunku do poziomu pod kątem 20° i ma długość 1800 mm, natomiast lina nr 2 pod kątem 48° i ma długość 1200 mm. Obie liny mają średnicę 0,8 mm. Określ naprężenia w obu linach oraz przemieszczenie kamery wskutek wydłużenia lin.

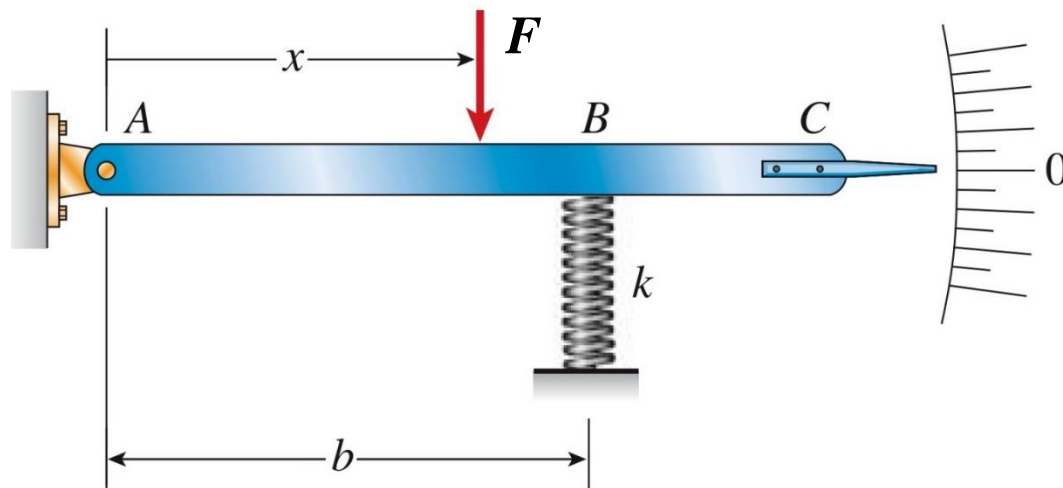


Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (rozciąganie i ściskanie prętów)

The device shown in the figure consists of a pointer ABC supported by a spring of stiffness $k = 800 \text{ N/m}$. The spring is positioned at distance $b = 150 \text{ mm}$ from the pinned end A of the pointer. The device is adjusted so that when there is no load F , the pointer reads zero on the angular scale.

If the load $F = 8 \text{ N}$, at what distance x should the load be placed so that the pointer will read 3° on the scale?

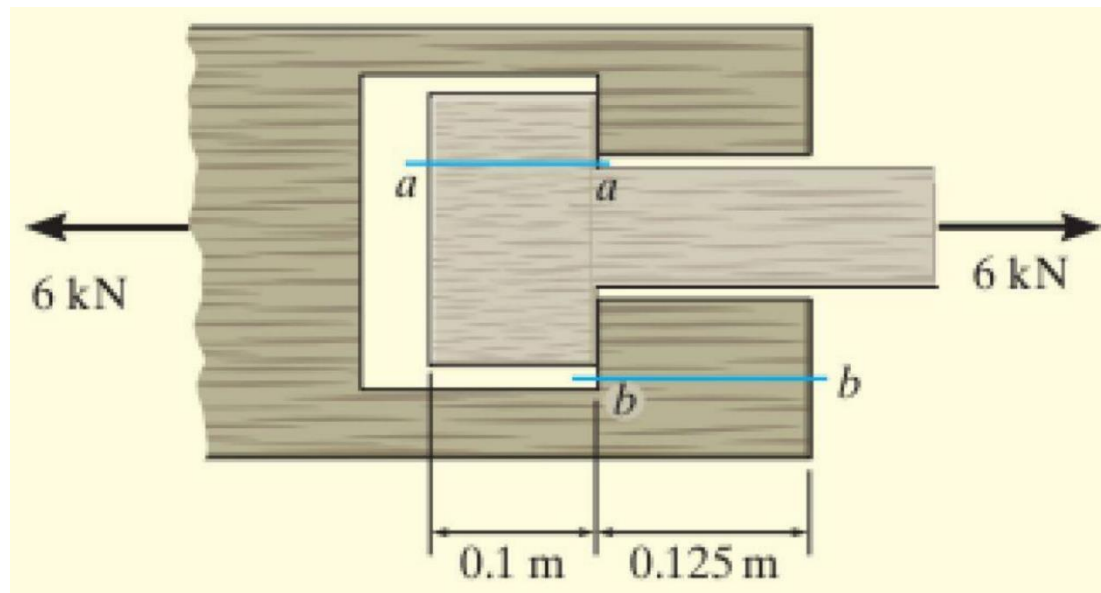
(do samodzielnego wykonania)



Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (czyste ścinanie)

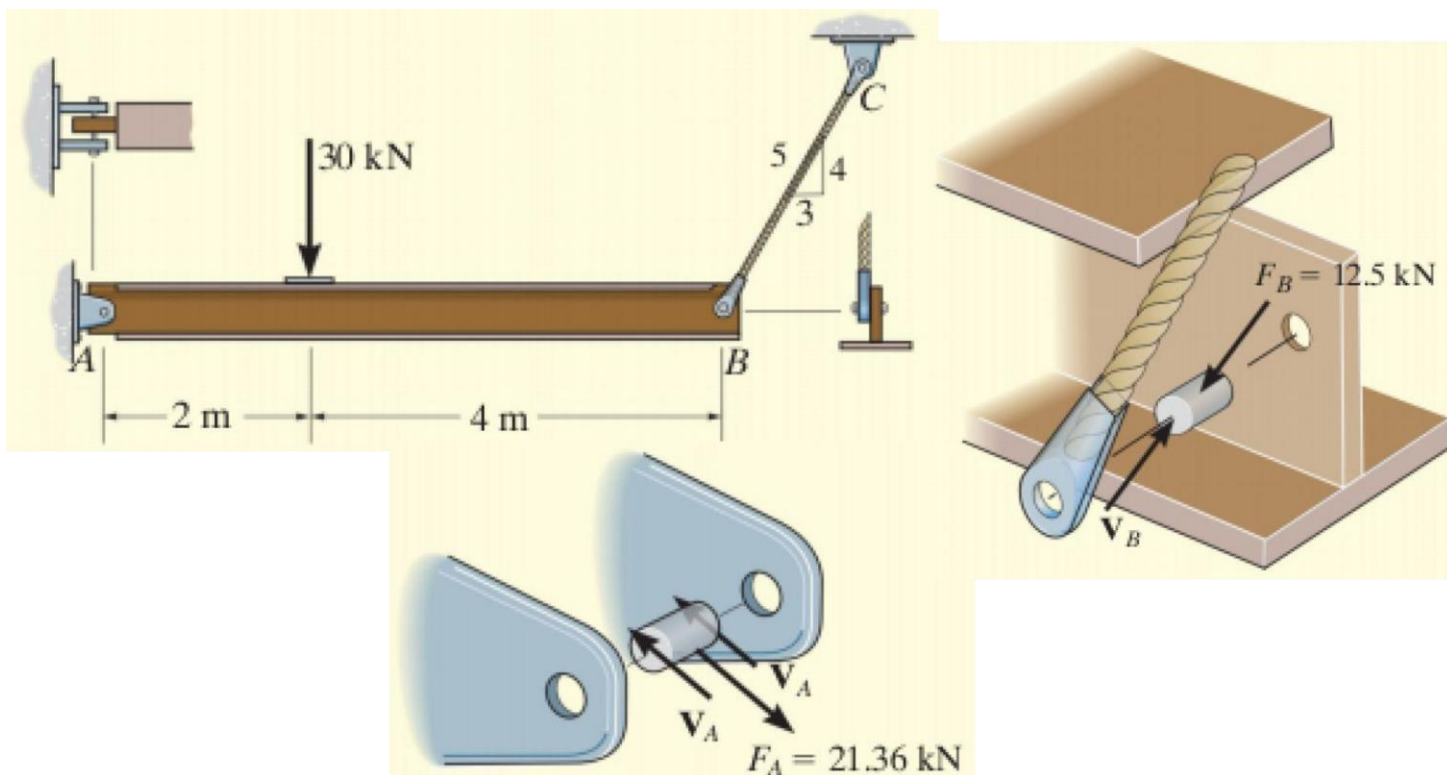
Zakładając, że połączenie drewniane ma szerokość 150 mm, wyznaczyć średnie naprężenia styczne, pojawiające się na płaszczyźnie ścinania a-a i b-b.

(Hibbeler, 2014)



Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (czyste ścinanie)

Wyznaczyć średnie naprężenia ścinające w sworzniu o średnicy 20 mm, znajdującym się w podporze A oraz w sworzniu o średnicy 30 mm, znajdującym się w podporze B belki przedstawionej na rysunku.
(Hibbeler, 2014)

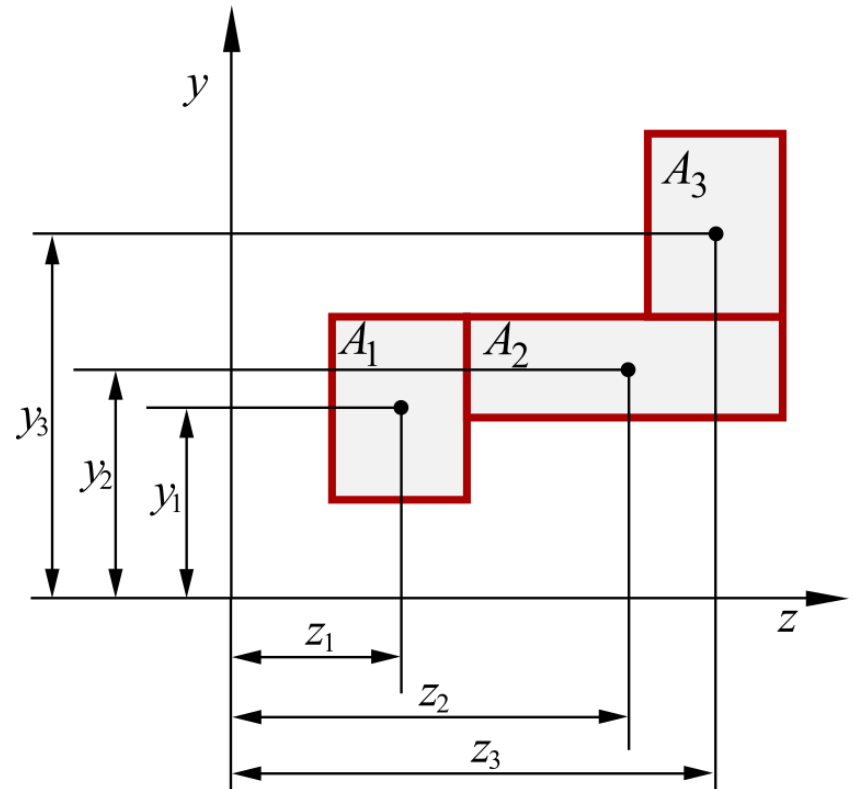


Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (parametry geometryczne przekroju poprzecznego)

Współrzędne środka ciężkości

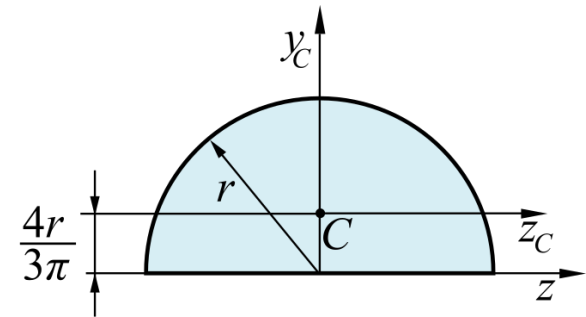
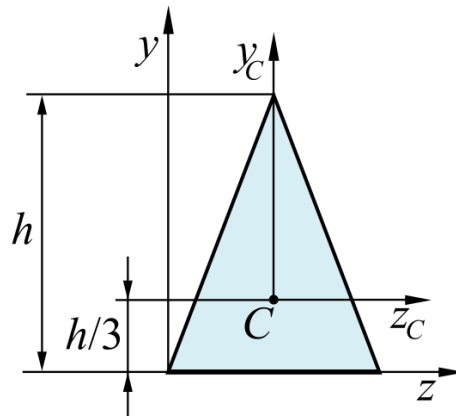
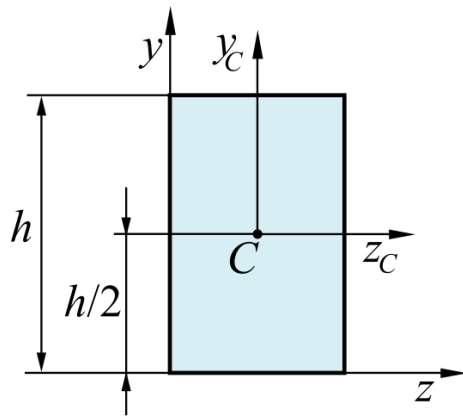
$$e_z = \frac{S_y}{A} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

$$e_y = \frac{S_z}{A} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$



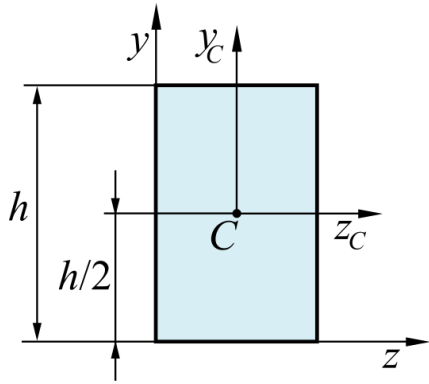
Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (parametry geometryczne przekroju poprzecznego)

Środki ciężkości figur prostych



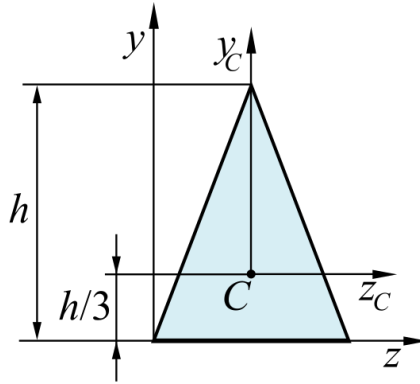
Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (parametry geometryczne przekroju poprzecznego)

Osiowe momenty bezwładności figur prostych



$$I_z = \frac{bh^3}{3}$$

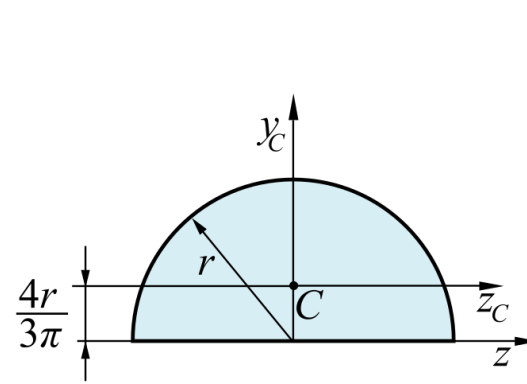
$$I_{z_c} = \frac{bh^3}{12}$$



$$I_z = \frac{bh^3}{12}$$

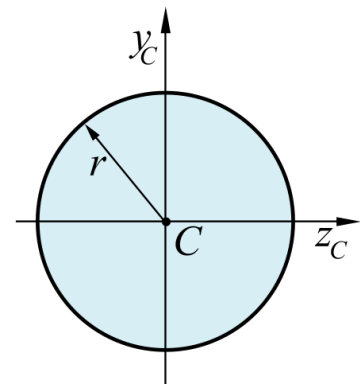
$$I_{z_c} = \frac{bh^3}{36}$$

$$I_{y_c} = \frac{bh^3}{48}$$



$$I_{z_c} = 0,11r^4$$

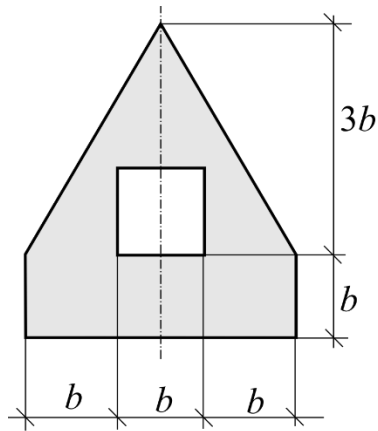
$$I_z = I_{y_c} = \frac{\pi r^4}{8}$$



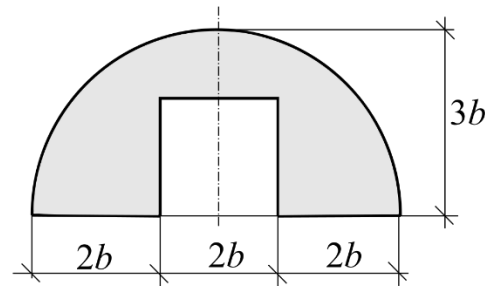
$$I_{z_c} = I_{y_c} = \frac{\pi r^4}{4}$$

Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (parametry geometryczne przekroju poprzecznego)

Znaleźć środki ciężkości figur przedstawionych na rysunkach.
Wyznaczyć dla nich centralne momenty bezwładności.



Rys. 1



Rys. 2

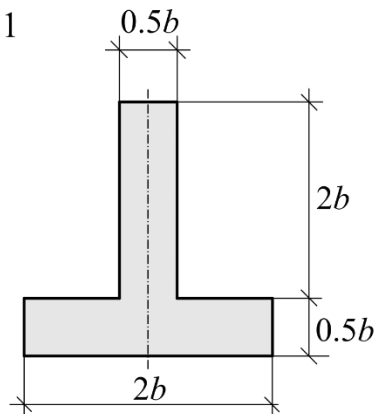
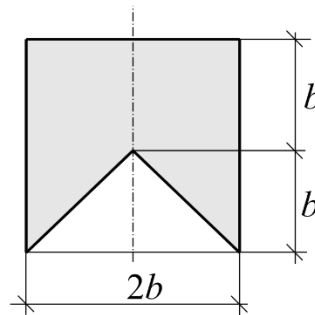
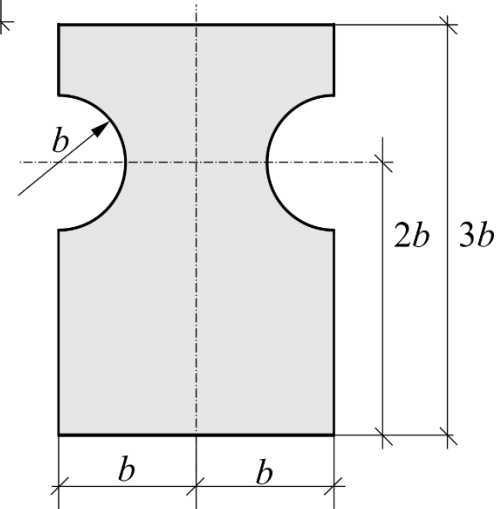


Fig. 3



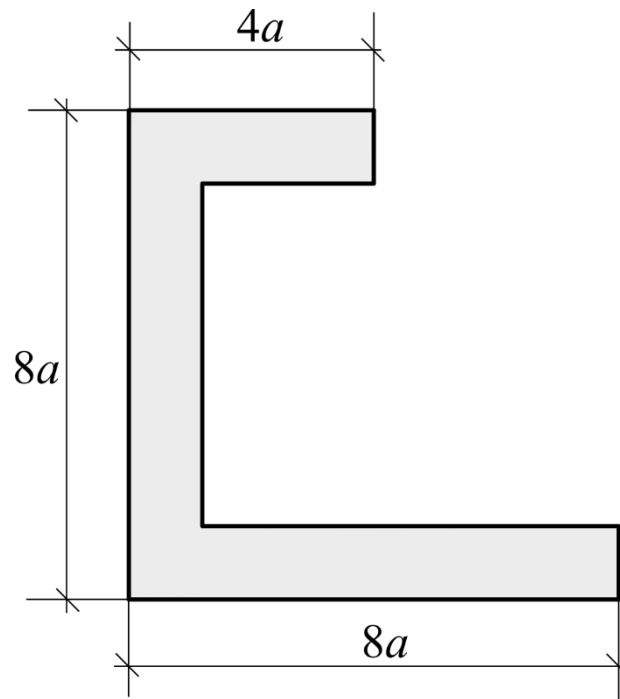
Rys. 4



Rys. 5

Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia (parametry geometryczne przekroju poprzecznego)

Dla kształtownika o grubości „ a ” znaleźć środek ciężkości oraz wyznaczyć centralne momenty bezwładności.



Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia

Projektowanie wałów - skręcanie

Naprężenia w okrągłym wale skręcanym

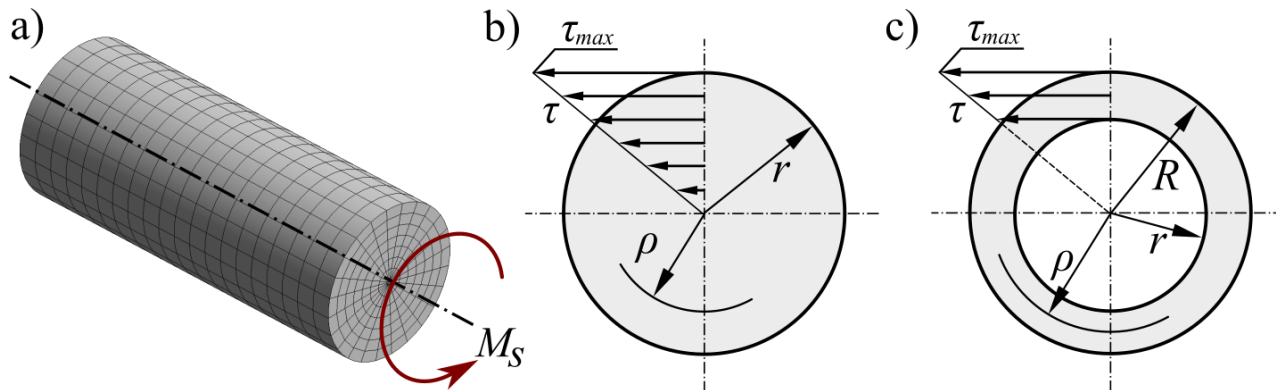
$$\tau = \frac{M_s \rho}{I_0}$$

$$\tau_{max} = \frac{M_s r}{I_0}$$

Biegunowy moment bezwładności

$$I_0^P = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$I_0^D = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}$$



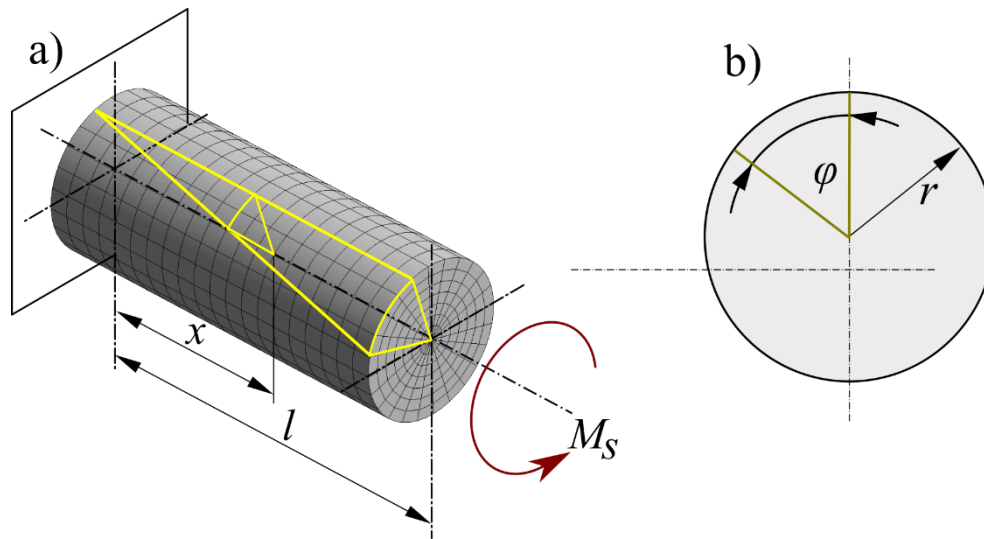
Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia

Projektowanie wałów - skręcanie

Kąt skręcenia wału

$$\varphi(x) = \frac{M_S x}{G I_0}$$

$$\varphi = \frac{M_S l}{G I_0}$$



Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia

Projektowanie wałów - skręcanie

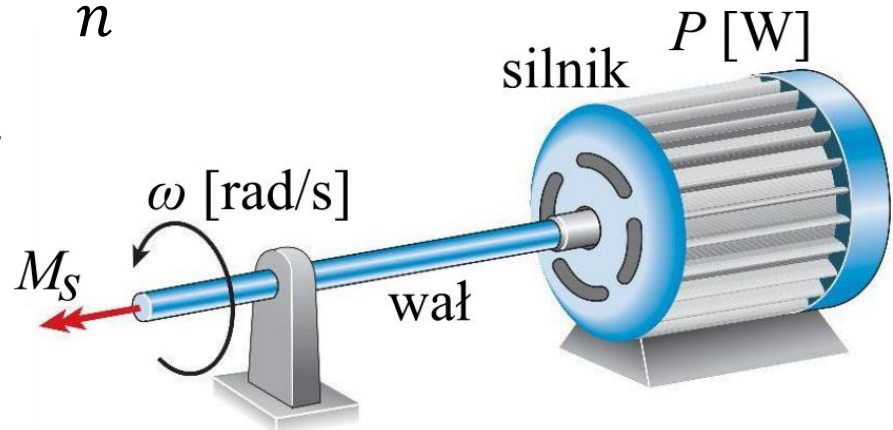
Przy rozwiązywaniu zadań związanych z przenoszeniem napędu, korzystamy z następujących zależności:

- moc: $P = M_s \omega$

- prędkość obrotowa (kątowna): $\omega = \frac{\pi n}{30}$

- moment skręcający: $M_s = \frac{9549P}{n}$

- przelicznik: $1\text{KM} = 0,735 \text{ kW}$

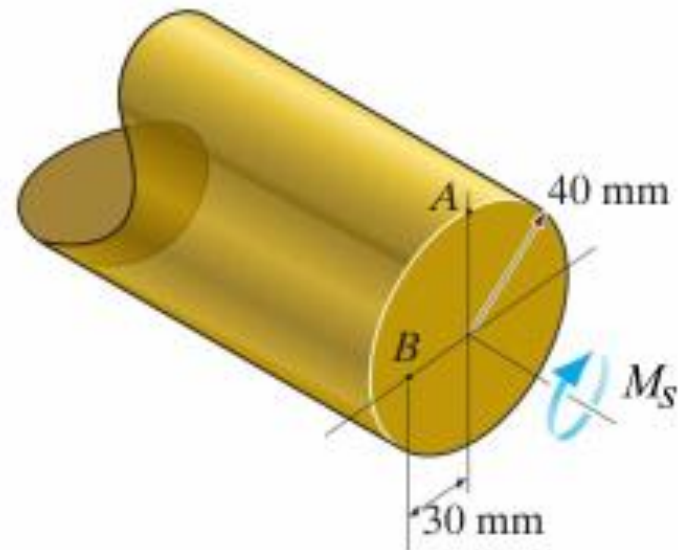


Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia

Projektowanie wałów - skręcanie

Pełny wał okrągły poddany jest skręcaniu momentem $M_s = 5 \text{ kNm}$.
Wyznaczyć wartości naprężeń stycznych w punktach A i B.
Narysować rozkład naprężeń na przekroju wału.

[Hibbeler, 2014]



Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia

Projektowanie wałów - skręcanie

Klucz imbusowy ($G = 80 \text{ GPa}$) służy do dokręcenia śruby w punkcie A. Zakłada się, że każdy z palców wywiera na klucz siłę równą $F = 80 \text{ N}$, a śruba nie obraca się.

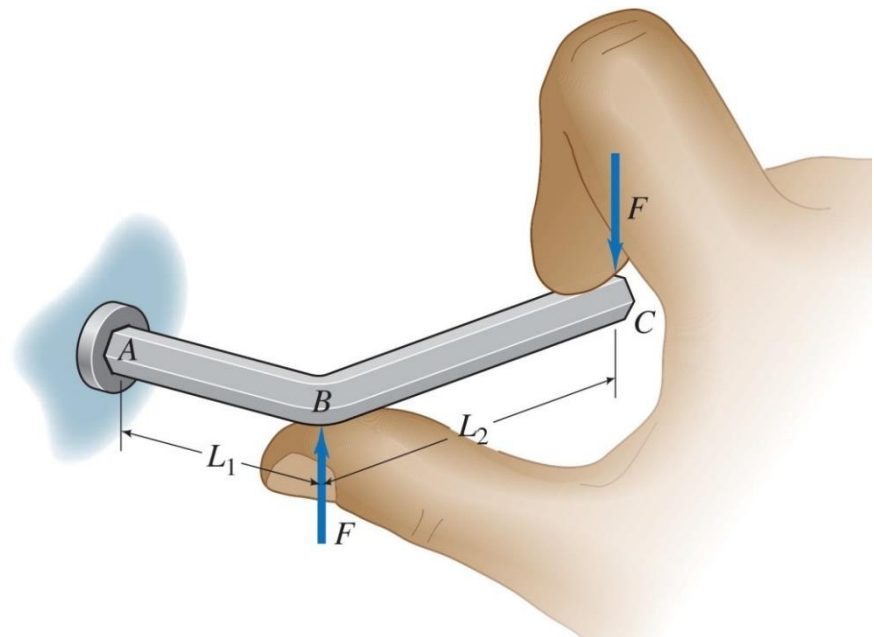
Wyznaczyć obrót w punkcie B oraz przemieszczenie punktu C wywołane skręceniem. Przybliżyć przekrój sześcienny przekrojem kołowym o średnicy $d = 7 \text{ mm}$.

Założone wymiary to:

$$L_1 = 40 \text{ mm},$$

$$L_2 = 100 \text{ mm}.$$

[Steif, 2012]



Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia

Projektowanie wałów - skręcanie

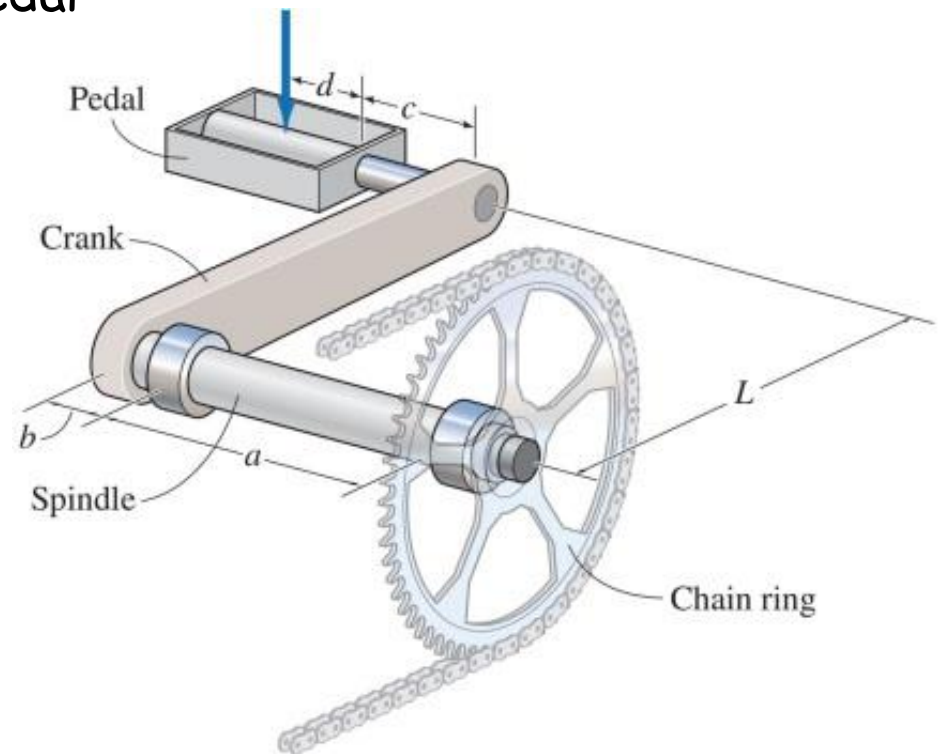
Oś zębatki, w czasie pedałowania podlega skręcaniu. Ma przekrój wału drążonego o średnicy zewnętrznej równej 27 mm i wewnętrznej 21 mm. Moduł styczny dla materiału to 80 GPa.

Wyznaczyć maksymalne naprężenia styczne w osi jeśli jest ona zablokowana przed obrotem, a pedał przesunie się w dół o 0,4 mm.

Założone wymiary to:

$a = 70$ mm,
 $b = 25$ mm,
 $c = 9,5$ mm,
 $d = 80$ mm,
 $L = 170$ mm.

[Steif, 2012]



Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia

Projektowanie wałów - skręcanie

Przedstawione na rysunku urządzenie monitoruje ciśnienie wywierane na powierzchnię A poprzez pomiar kąta obrotu górnego końca wałka ($G = 1 \text{ GPa}$). Stosunek ciśnienia do obrotu powinien wynosić 100 kPa/stopień .

Dobrać średnicę wałka.

Założyć, że ciśnienie rozkłada się równomiernie na całej powierzchni A oraz, że deformacji ulega jedynie wałek.

Założone wymiary to:

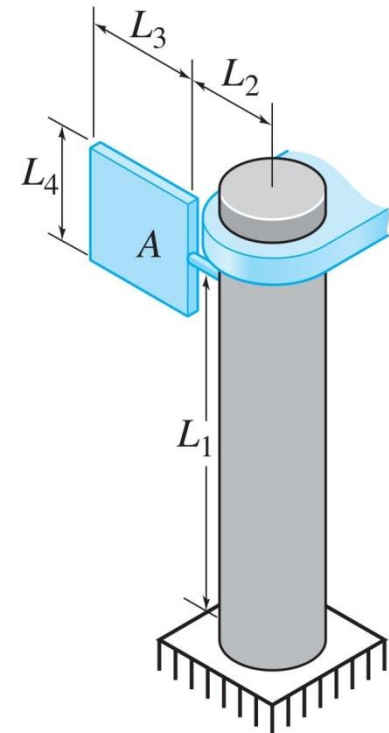
$$L_1 = 500 \text{ mm},$$

$$L_2 = 50 \text{ mm},$$

$$L_3 = 40 \text{ mm},$$

$$L_4 = 30 \text{ mm},$$

[Steif, 2012]



Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia

Projektowanie wałów - skręcanie

Wał stalowy o średnicy $d = 20$ mm obciążony jest trzema momentami zgodnie z rysunkiem. Wyznaczyć kąt obrotu końca wału (punkt D).

Dane:

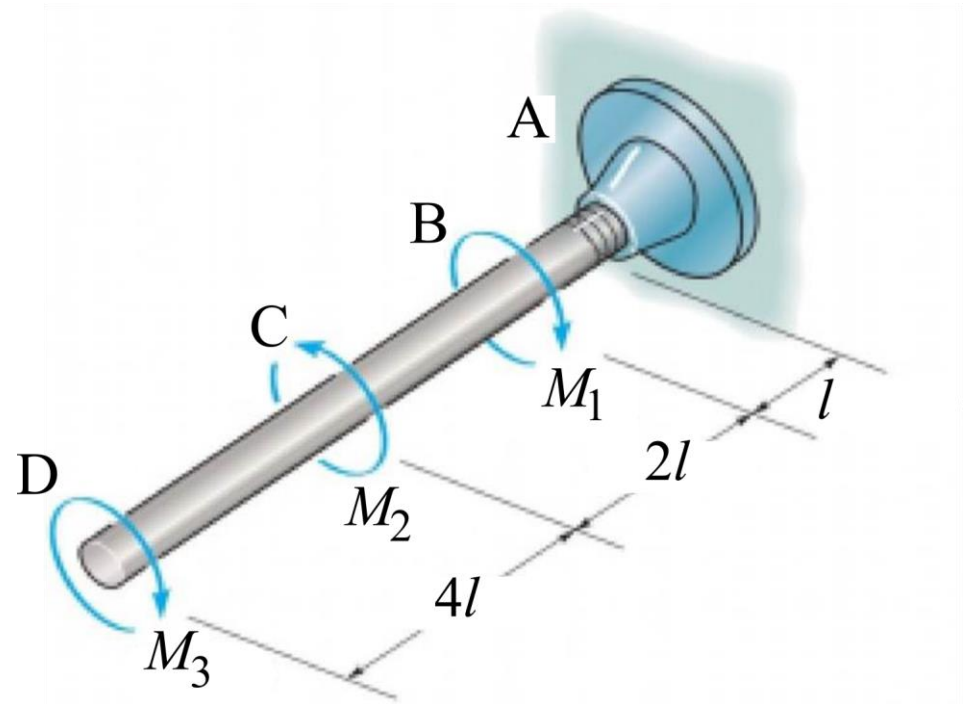
$$M_1 = 20 \text{ Nm},$$

$$M_2 = 70 \text{ Nm},$$

$$M_3 = 40 \text{ Nm},$$

$$l = 200 \text{ mm}.$$

[Hibbeler, 2014]

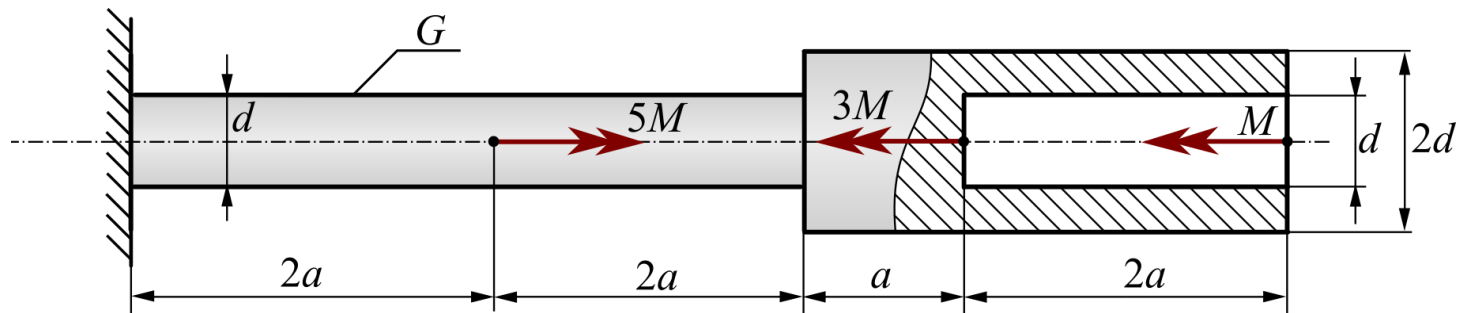


Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia

Projektowanie wałów - skręcanie

Dla wału przedstawionego na rysunku narysować wykresy: sił wewnętrznych, naprężeń oraz kąta skręcenia.

O ile i w którą stronę obróci się punkt C?



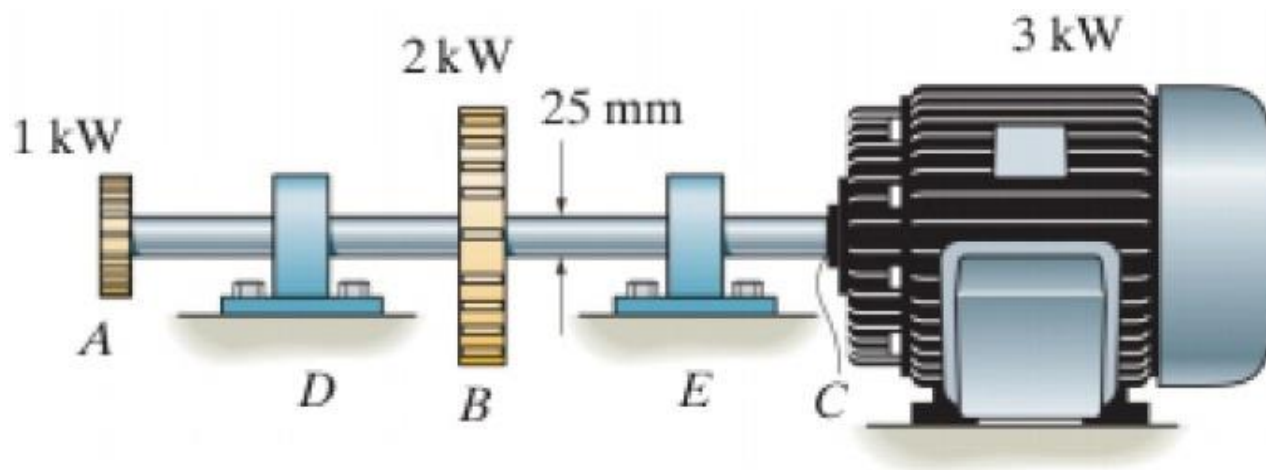
Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia

Projektowanie wałów - skręcanie

Pełny wał AC ma średnicę 25 mm i jest podparty łożyskami w punktach D i E . Połączony jest w punkcie C z silnikiem dostarczającym mocy równej 3 kW przy prędkości obrotowej 3000 obr/min . Koła A i B odbierają odpowiednio 1 kW i 2 kW mocy.

Wyznaczyć maksymalne naprężenia styczne w wale w przedziałach AB i BC . Wał może się swobodnie obracać w łożyskach D i E .

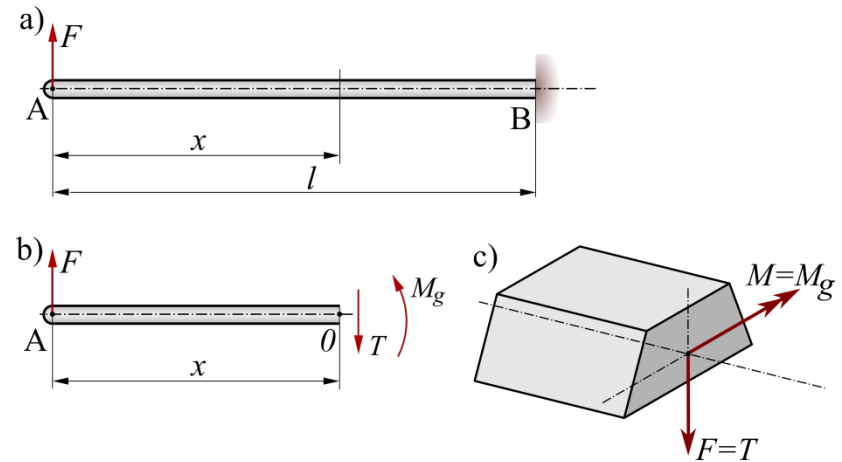
[Hibbeler, 2014]



Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia

Zginanie - siły wewnętrzne w belkach

- w belkach zginanych pojawiają się dwie siły wewnętrzne: moment gnący $M(x)$ i siła poprzeczna $T(x)$
- obie te wielkości są funkcjami współrzędnej x
- oznacza to, że w ogólnym przypadku siły wewnętrzne zmieniają się wzdłuż długości belki
- aby opisać rozkład sił w belce, a docelowo stan naprężeń, należy sporządzić wykresy zmienności sił wewnętrznych



Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia

Zginanie - siły wewnętrzne w belkach

Zadanie wyznaczenia sił wewnętrznych w belce należy przeprowadzić wg poniższego schematu:

- wprowadzić układ współrzędnych z początkiem na lewym końcu belki oraz oznaczyć punkty charakterystyczne wielkimi literami (A, B, itd.)
- uwolnić układ od więzów, wprowadzając zamiast podpór odpowiednie reakcje
- wyznaczyć wartości reakcji z równań równowagi; zaleca się użycie dwóch równań momentów do wyznaczenia wartości reakcji, a następnie równania sił, do sprawdzenia poprawności obliczeń

Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia

Zginanie - siły wewnętrzne w belkach

- podzielić belkę na przedziały; kolejne przedziały wprowadzamy od lewej strony tam, gdzie zmienia się: obciążenie, materiał, przekrój poprzeczny
- dla każdego przedziału, z warunków równowagi, zapisać równania sił wewnętrznych
- sporządzić wykresy sił wewnętrznych na podstawie otrzymanych wcześniej równań

Wytrzymałość materiałów: ćwiczenia

Zginanie - siły wewnętrzne w belkach

Narysować wykresy sił wewnętrznych dla przedstawionych belek. Dana jest wartość intensywności obciążenia q i parametr długości a .

