

# Mechanika i Wytrzymałość Materiałów

## Naprężenia styczne – czyste ścinanie

opracował:

dr hab. inż. Paweł JASION

e-mail: `pawel.jasion@put.poznan.pl`

www: `pawel.jasion.pracownik.put.poznan.pl`

Politechnika Poznańska  
Instytut Mechaniki Stosowanej  
Zakład Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji

- 1 Naprężenia tnące – czyste ścinanie
  - Wprowadzenie
  - Przykłady czystego ścinania

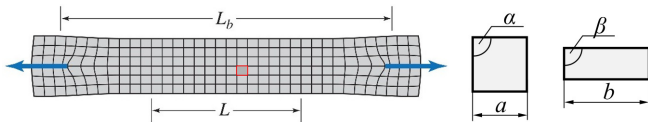
# Plan prezentacji

- 1 **Napężenia tnące – czyste ścinanie**
  - Wprowadzenie
  - Przykłady czystego ścinania

# Odkształcenie postaciowe [Steif, 2012]

## Odkształcenie normalne $\varepsilon$

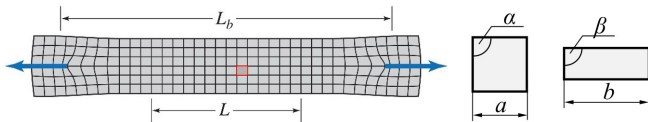
opisuje intensywność deformacji elementu wywołanej wydłużeniem (*zmienia się wymiar, nie postać;  $a \neq b$ ;  $\alpha = \beta$* )



# Odkształcenie postaciowe [Steif, 2012]

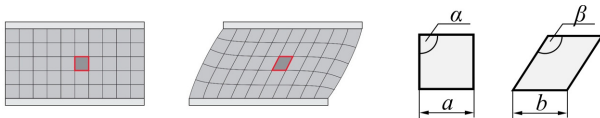
## Odkształcenie normalne $\varepsilon$

opisuje intensywność deformacji elementu wywołanej wydłużeniem (*zmienia się wymiar, nie postać;  $a \neq b$ ;  $\alpha = \beta$* )



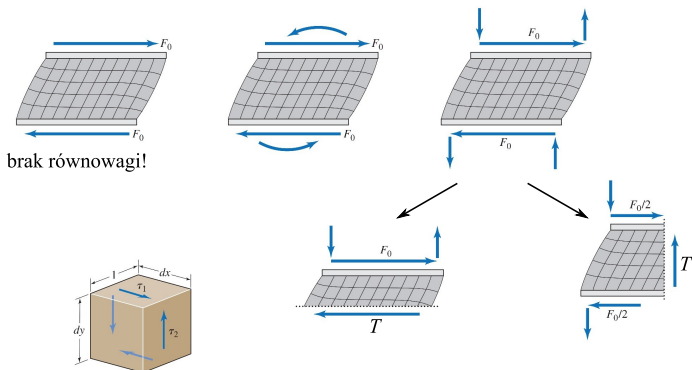
## Odkształcenie postaciowe $\gamma$

opisuje intensywność deformacji elementu wywołanej zmianą kształtu (*zmienia się postać, nie wymiar;  $a = b$ ;  $\alpha \neq \beta$* )



# Siła styczna (tnąca) $T$

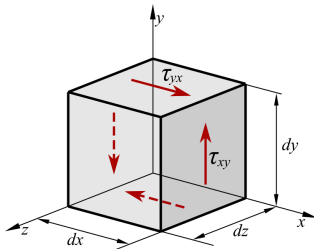
- o istnieniu wewnętrznej siły stycznej  $T$  można się przekonać, analizując równowagę prostokątnego elementu poddanego działaniu obciążeń stycznych  $F_0$



# Naprężenia styczne – kierunki i znaki

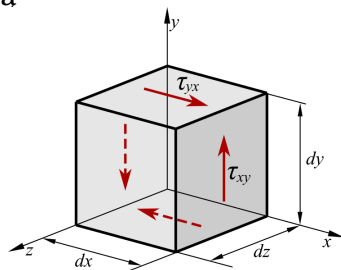
Wartości naprężeń na poszczególnych ściankach elementu:

- na ściankach sześcianu o wymiarach  $dx dy dz$ , w płaszczyźnie  $xy$ , pojawiają się naprężenia styczne
- przyjmujemy następujący sposób oznaczania naprężeń działających na poszczególnych ściankach
  - pierwszy indeks wskazuje na kierunek osi normalnej do płaszczyzny działania naprężenia
  - drugi indeks kierunek, w którym działa naprężenie



# Naprężenia styczne – kierunki i znaki

- wartości naprężeń określimy rozważając równowagę sześcianu; możemy zapisać sumę rzutów sił na oś  $x$  i  $y$  oraz sumę momentów względem osi  $z$
- pamiętamy, że siła jest równa iloczynowi naprężeń i powierzchni, na której działają
- z sumy rzutów sił widać, że naprężenia na przeciwnych ściankach muszą być sobie równe i skierowane przeciwnie





# Naprężenia styczne – kierunki i znaki

- z sumy momentów względem osi  $z$  mamy

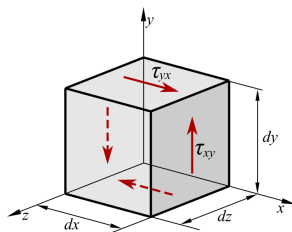
$$\sum M_z = -\tau_{xy} dx dy dz + \tau_{yx} dy dx dz = 0$$

- zatem

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

- podsumowując

- naprężenia styczne na ściankach przeciwnych mają taką samą wartość, ale przeciwny kierunek
- naprężenia styczne na ściankach przyległych mają taką samą wartość i skierowane są do lub od krawędzi przecięcia ścianek, na których działają



# Moduł Kirchhoffa (moduł styczny)

Dla materiałów liniowo-sprężystych odkształcenia poprzeczne zanikają po ustaniu obciążenia i są proporcjonalne to naprężeń stycznych

## Moduł Kirchhoffa (moduł styczny)

współczynnik proporcjonalności pomiędzy naprężeniami stycznymi a odkształceniem postaciowym

$$\tau = G\gamma$$

**prawo Hooke'a dla ścinania**

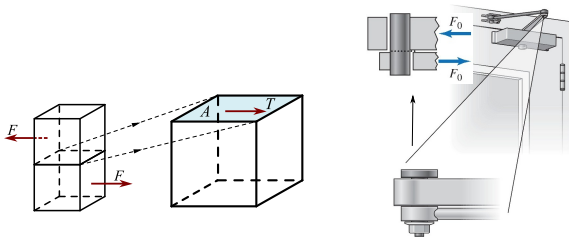
$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

# Naprężenia styczne (ścinające) $\tau$

## Naprężenia styczne $\tau$

- miara intensywność wewnętrznych sił stycznych
- definiuje się jako siłę styczną, wywoływaną przez dwa sąsiednie elementy, podzieloną przez pole powierzchni, na której ta siła działa

$$\tau = \frac{T}{A}$$



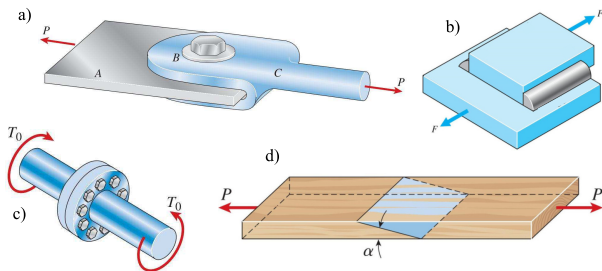
# Plan prezentacji

- 1 Naprężenia tnące – czyste ścinanie
  - Wprowadzenie
  - Przykłady czystego ścinania

# Czyste ścinanie

Obciążenie w postaci czystego ścinania pojawia się:

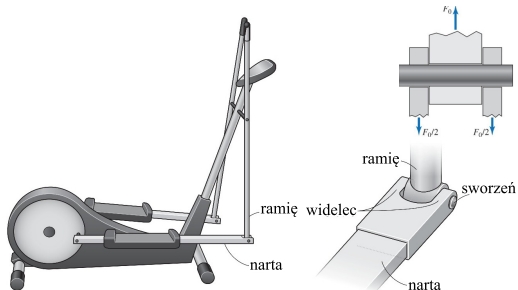
- w połączeniach części maszyn
  - śruby, nity, sworznie, połączenia klejone i spawane, połączenia kształtowe (np. wpusty)
- podczas procesu wytłaczania



# Połączenie sworzniowe

[Steif (2012)]

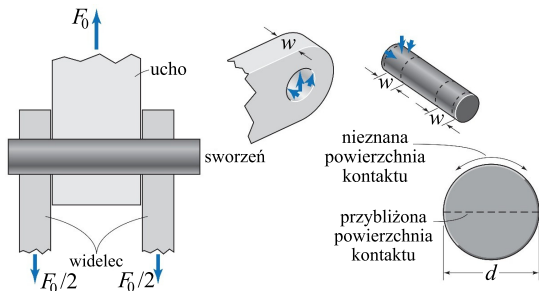
- sworznie łączą dwa lub więcej elementów pozwalając im na wzajemny obrót
- siły pomiędzy łączonymi elementami a sworzniem działają zwykle w kierunku prostopadłym do osi sworznia



# Połączenie sworzniowe

[Steif (2012)]

- elementy łączone i sworznień stykają się ze sobą na powierzchni cylindrycznej
- pomiędzy naciskającymi na siebie elementami pojawia się nacisk powierzchniowy  $p = F/A$



# Połączenie sworzniowe

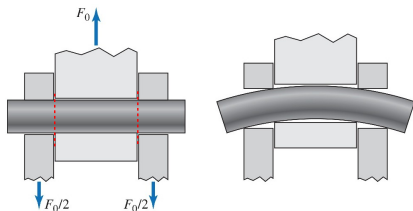
[Steif (2012)]

Aby wyznaczyć naprężenia styczne należy:

- zdefiniować siłę styczną
- określić liczbę ścinanych przekrojów

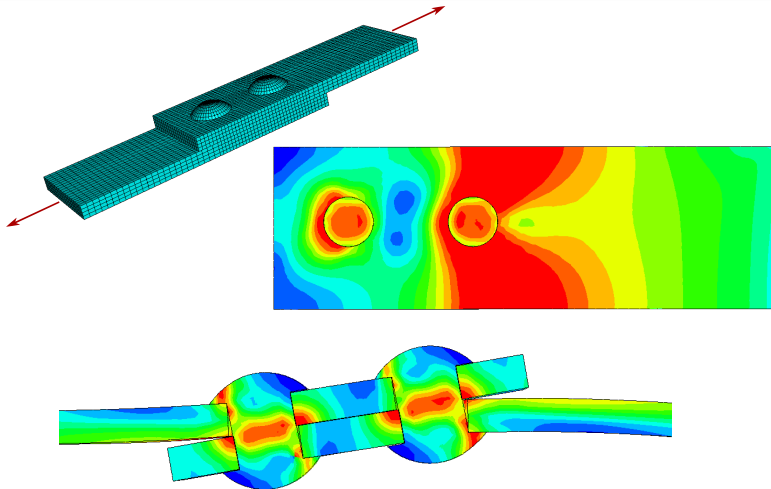
Dla przypadku przedstawionego poniżej:

$$\tau = \frac{T}{A} = \frac{F_0}{2 \left( \frac{\pi d^2}{4} \right)}$$





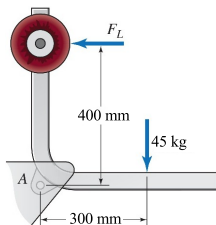
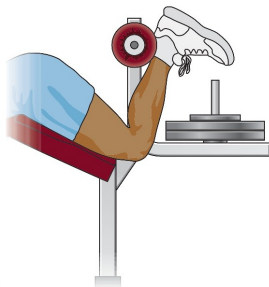
# Rozkład naprężeń w połączeniu nitowym



# Połączenie sworzniove

Przykład [Steif (2012)]

Na przyrządzie do ćwiczenia nóg obciążone ramie podnosi się do pozycji przedstawionej na rysunku. Sworzeń w postaci śruby M6 pozwala na obrót ramienia wokół punktu A. Podnoszony ciężar to 45 kg a nogi, ustawione pionowo, wywierają siłę  $F_L$  skierowaną poziomo. Wyznaczyć naprężenia tnące w śrubie w punkcie A.



# Ścinane połączenia śrubowe

Przykład [Gere, Goodno (2009)]

Wspornik kątowy o grubości  $t = 20$  mm przymocowany jest do kolumny dwoma śrubami M16. Równomiernie rozłożone obciążenie od podłogi, równe ciśnieniu  $p = 2$  MPa, działa na górną powierzchnię wspornika A. Górna powierzchnia wspornika ma długość  $L = 200$  mm i szerokość  $b = 75$  mm. Określić średnie naciski powierzchniowe  $p$  pomiędzy wspornikiem kątowym a śrubami oraz średnie naprężenia styczne  $\tau_{sr}$  w śrubach.

