

# Wytrzymałość Materiałów I

## Zachowanie się materiału pod obciążeniem

opracował:

**dr hab. inż. Paweł JASION**

e-mail: `pawel.jasion@put.poznan.pl`

www: `pawel.jasion.pracownik.put.poznan.pl`

**Politechnika Poznańska**

**Instytut Mechaniki Stosowanej**

**Zakład Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji**

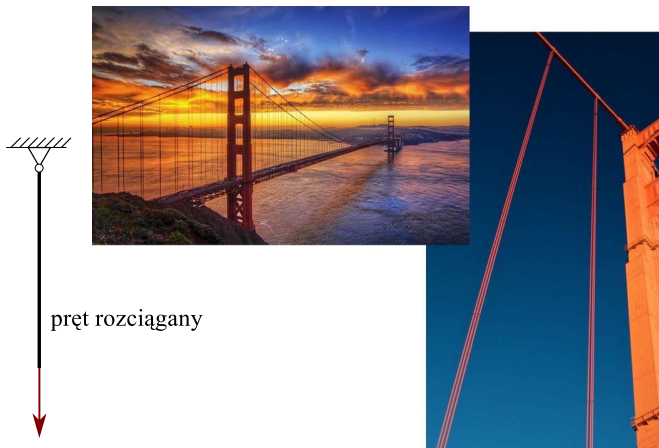
- 1 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
  - Siły wewnętrzne – naprężenia
  - Deformacji materiału – odkształcenie
  
- 2 Badania eksperymentalne
  - Właściwości mechaniczne materiału

# Plan prezentacji

- 1 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
  - Siły wewnętrzne – naprężenia
  - Deformacji materiału – odkształcenie
  
- 2 Badania eksperymentalne
  - Właściwości mechaniczne materiału

# Siły wewnętrzne

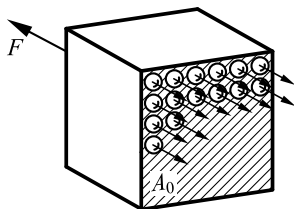
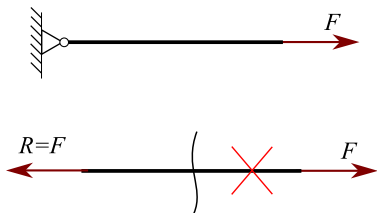
- w elementach konstrukcyjnych, pod wpływem przyłożonego obciążenia, pojawiają się siły wewnętrzne



# Siły wewnętrzne

## Siły wewnętrzne (międzyatomowe)

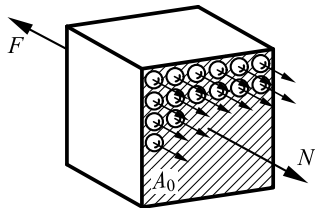
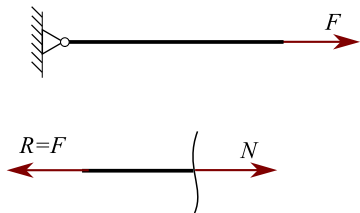
siły przeciwstawiające się zmianie kształtu lub zniszczeniu elementu konstrukcyjnego, wywołanego działaniem sił zewnętrznych; siły te starają się przywrócić pierwotną formę elementu



# Siły wewnętrzne

## Siła wewnętrzna

wypadkowa sił wzajemnego oddziaływania między atomami, przekazywana między obiema częściami przekroju



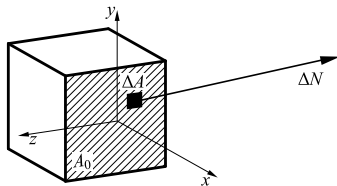
Jaką miarę przyjąć?

# Naprężenia

## Naprężenie średnie i naprężenia w punkcie

wewnętrzna siła oddziaływania przypadająca na jednostkę powierzchni wydzielonej w dowolnym punkcie

$$p_{\text{sr}} = \frac{\Delta N}{\Delta A}; \quad p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} = \frac{\Delta N}{\Delta A}$$



# Naprężenia

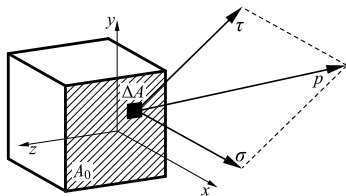
## Naprężenie średnie i naprężenia w punkcie

wewnętrzna siła oddziaływania przypadająca na jednostkę powierzchni wydzielonej w dowolnym punkcie

$$p_{\text{śr}} = \frac{\Delta N}{\Delta A}; \quad p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} = \frac{\Delta N}{\Delta A}$$

$\sigma$  – naprężenia normalne

$\tau$  – naprężenia styczne





# Naprężenia

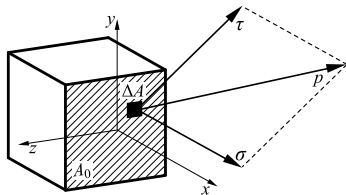
## Naprężenie średnie i naprężenia w punkcie

wewnętrzna siła oddziaływania przypadająca na jednostkę powierzchni wydzielonej w dowolnym punkcie

$$p_{\text{śr}} = \frac{\Delta N}{\Delta A}; \quad p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} = \frac{\Delta N}{\Delta A}$$

$\sigma$  – naprężenia normalne

$\tau$  – naprężenia styczne



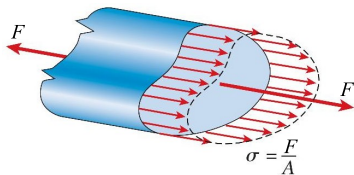
## Naprężenia (definicja opisowa)

wielkość naprężeń jest miarą sił wewnętrznych pojawiających się w materiale w wyniku deformacji spowodowanej działaniem sił zewnętrznych

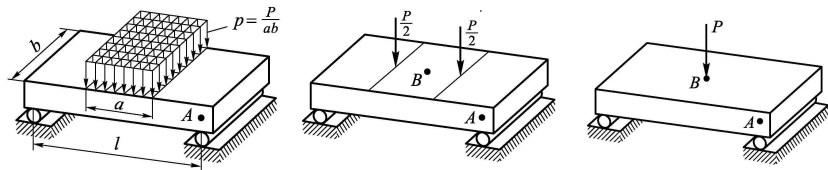
# Naprężenia w pręcie rozciągającym

Naprężenia w pręcie rozciągającym (ściskającym) są równomierne i wyrażają się zależnością  $\sigma = F/A$  jeżeli:

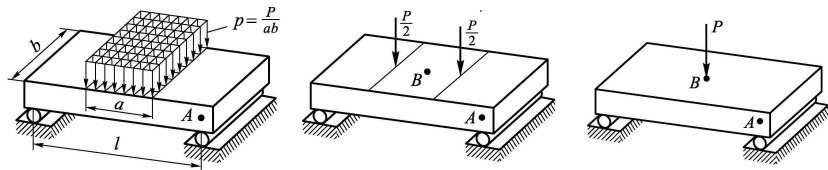
- siła przyłożona jest w osi obojętnej pręta
- długość pręta jest wyraźnie większa niż szerokość
- materiał jest ciągły i jednorodny
- przekrój jest taki sam na całej długości
- **analizowany przekrój jest dostatecznie oddalony od miejsca przyłożenia siły**



# Zasada de Saint-Venanta



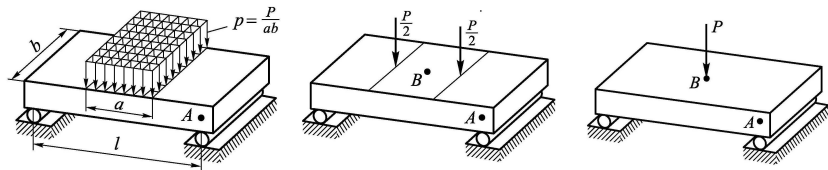
# Zasada de Saint-Venanta



## Zasada de Saint-Venanta

Naprężenia, w punktach ciała **dostatecznie odległych** od miejsca przyłożenia obciążenia, nie zależą w sposób istotny od charakteru rozłożenia obciążenia.

# Zasada de Saint-Venanta

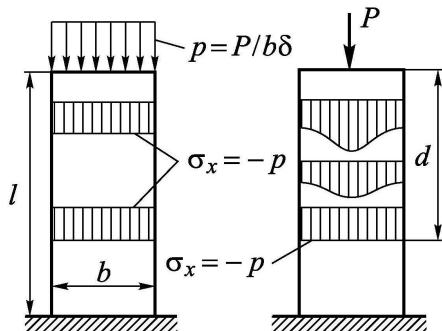


## Zasada de Saint-Venanta

Naprężenia, w punktach ciała **dostatecznie odległych** od miejsca przyłożenia obciążenia, nie zależą w sposób istotny od charakteru rozłożenia obciążenia.

Naprężenia te nie zmieniają się, jeśli działające obciążenie zastąpi się innym, statycznie równoważnym.

# Zasada de Saint-Venanta



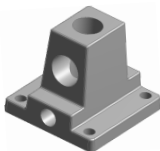
$$\sigma_x = -p \text{ dla } d \approx b$$

# Zasada de Saint-Venanta

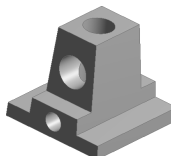
*Dygresja... Metoda Elementów Skończonych*



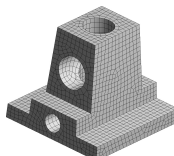
model  
fizyczny



model  
CAD



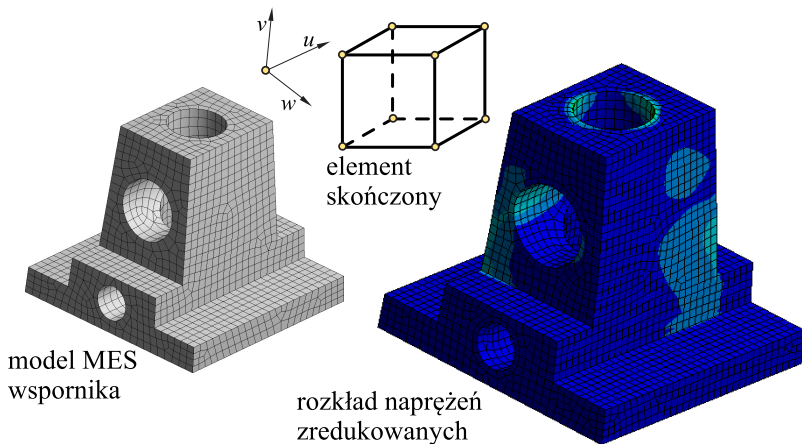
model  
matematyczny



model  
MES

# Zasada de Saint-Venanta

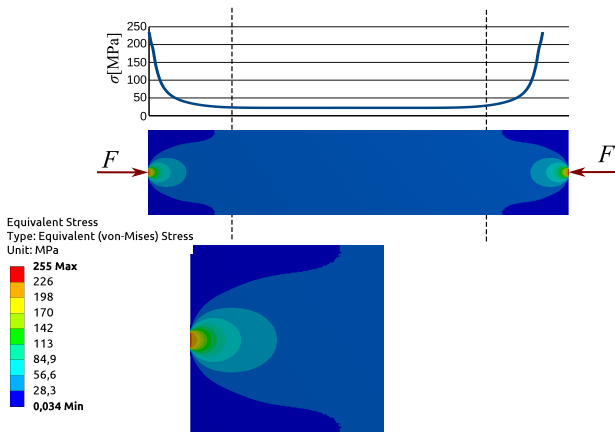
*Dygresja... Metoda Elementów Skończonych*





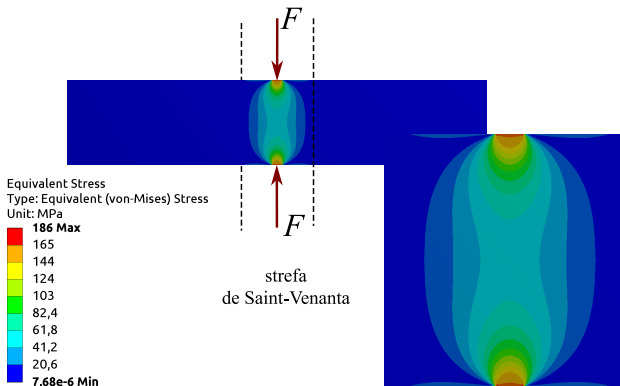
# Zasada de Saint-Venanta

Rozkład naprężeń zredukowanych w pręcie ściskanym osiowo (siła 20 kN; przekrój 30x30 mm)



# Zasada de Saint-Venanta

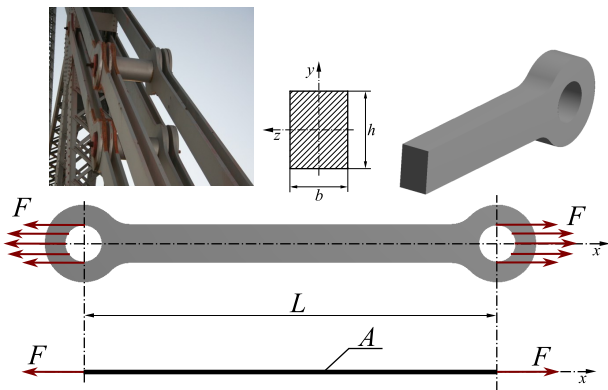
Rozkład naprężeń w przekroju ściskanym poprzecznie – symulacja procesu cięcia blachy



# Naprężenia w pręcie rozciągającym

## Przykład

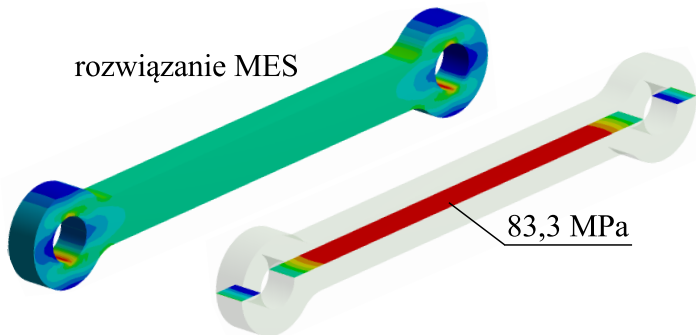
Wyznaczyć naprężenia normalne w przekroju poprzecznym łącznika obciążonego siłą osiową  $F = 50$  kN. Wymiary przekroju poprzecznego:  $h = 30$  mm,  $b = 20$  mm.



# Naprężenia w pręcie rozciągającym

## Przykład

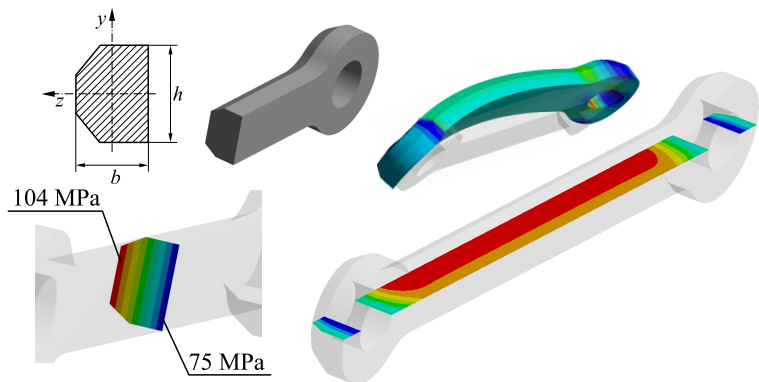
Wyznaczyć naprężenia normalne w przekroju poprzecznym łącznika obciążonego siłą osiową  $F = 50 \text{ kN}$ . Wymiary przekroju poprzecznego:  $h = 30 \text{ mm}$ ,  $b = 20 \text{ mm}$ .



# Naprężenia w pręcie rozciągającym

## Przykład

Co się stanie, jeśli w przypadku osiowego rozciągania zakłóci się symetrię układu?



# Plan prezentacji

- 1 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
  - Siły wewnętrzne – naprężenia
  - Deformacji materiału – odkształcenie
  
- 2 Badania eksperymentalne
  - Właściwości mechaniczne materiału

# Deformacja

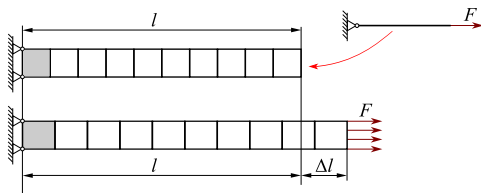
## Deformacja

zmiana rozmiaru lub (i) kształtu jakiej ulega konstrukcja pod wpływem działania sił

- **deformacja sprężysta** – znika po odciążeniu; związana ze sprężystymi zniekształceniami siatki atomów
- **deformacja trwała** – nie znika po odciążeniu; związana z nieodwracalnym przemieszczaniem się jednych warstw sieci krystalicznej względem innych

# Deformacja przy rozciąganiu – wydłużenie

- podzielmy pręt na fragmenty o równej długości
- każdy fragment pod wpływem obciążenia wydłuży się o taką samą wartość
- suma wydłużeń wszystkich fragmentów składa się na wydłużenie pręta

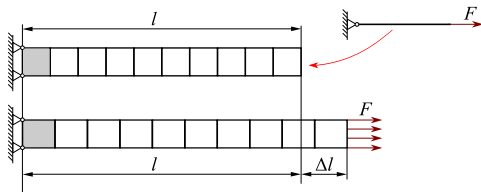


## Wydłużenie $\Delta l$

zmiana długości elementu wywołana obciążeniem



# Odkształcenie – wydłużenie względne

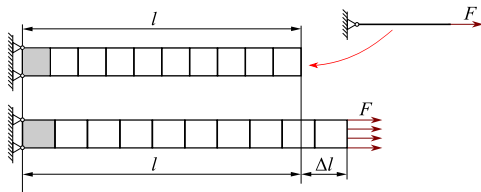


## Odkształcenie $\varepsilon$

stosunek wydłużenia do długości początkowej

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

# Odkształcenie – wydłużenie względne



## Odkształcenie $\varepsilon$

stosunek wydłużenia do długości początkowej

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

## Odkształcenie (definicja opisowa)

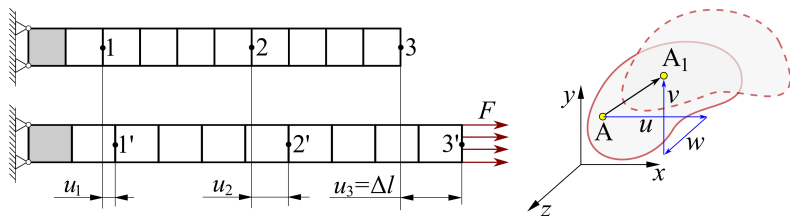
miara intensywności deformacji

# Przemieszczenie

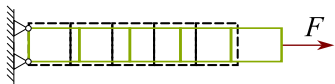
- deformacja zachodzi, gdy zmienia się wzajemne przemieszczenie poszczególnych punktów konstrukcji

## Przemieszczenie $u$

zmiana położenia wybranego punktu elementu konstrukcyjnego



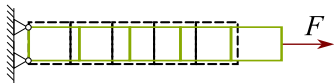
# Deformacja poprzeczna – współczynnik Poisson'a



## Współczynnik Poisson'a $\nu$

współczynnik proporcjonalności między odkształceniem poprzecznym i wzdłużnym

# Deformacja poprzeczna – współczynnik Poisson'a

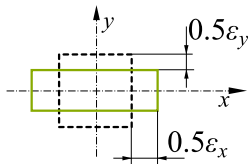


## Wartości $\nu$

- zakres: 0-0,5
- metale: 0,2-0,35

## Współczynnik Poisson'a $\nu$

współczynnik proporcjonalności między odkształceniem poprzecznym i wzdłużnym



$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$$

Neville Greaves, G. *Poisson's ratio over two centuries: Challenging hypotheses*, Notes and Records of the Royal Society, 67;(1):37-58, 2013.

# Plan prezentacji

- 1 Zachowanie się materiału pod obciążeniem
  - Siły wewnętrzne – naprężenia
  - Deformacji materiału – odkształcenie
  
- 2 Badania eksperymentalne
  - Właściwości mechaniczne materiału

# Badania eksperymentalne – wiek XVII

Galileo Galilei (1564-1642)

DISCORSI  
E  
DIMOSTRAZIONI  
MATEMATICHE,

*intorno à due nuove scienze*

Atteneati alla

MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI;

*del Signor*

GALILEO GALILEI LINCEO,

Filosofo e Matematico primario del Serenissimo  
Grand Duca di Toscana.

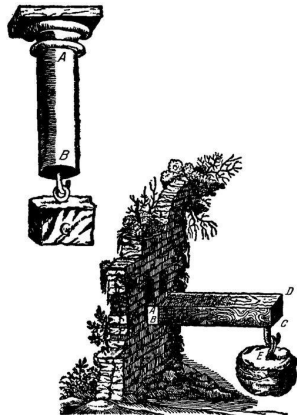
*Con una Appendice del centro di gravità & alcuni Solidi.*



IN LEIDA,

Appresso gli Elsevirii. M. D. C. XXXVIII.

The title page of Galileo's book, "Two New Sciences."







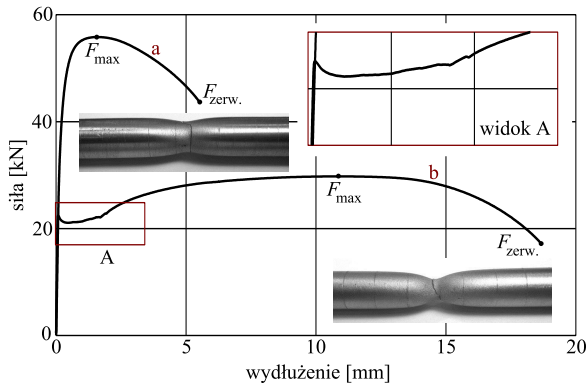
# Krzywa rozciągania – maszyny wytrzymałościowe

- wspólnie właściwości mechaniczne materiałów wyznacza się na maszynach wytrzymałościowych



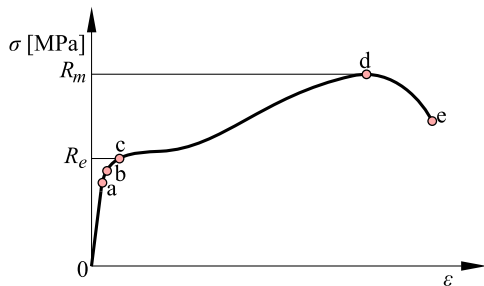
# Krzywa rozciągania

- wynikiem próby rozciągania jest wykres przedstawiający zależność wydłużenia próbki od przyłożonej siły



# Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

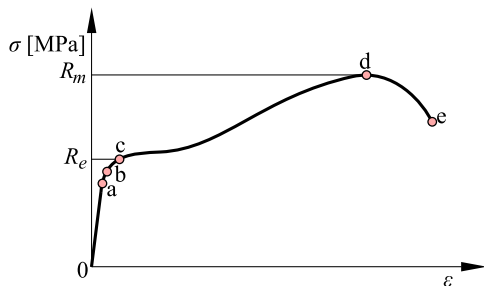


## Granica proporcjonalności (a)

największe naprężenie, przy którym zależność  $\sigma - \varepsilon$  jest liniowa

# Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

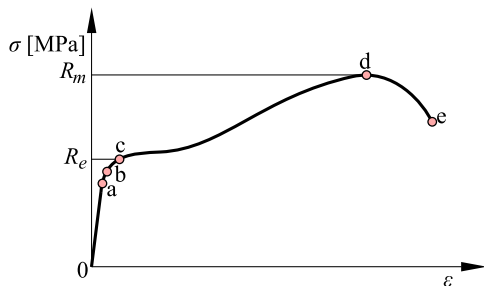


## Granica sprężystości (b)

największe naprężenie, przy którym, po zakończeniu próby, nie pozostaje odkształcenie trwałe

# Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

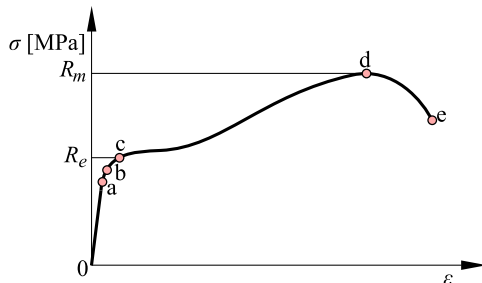


## Granica plastyczności (płynięcia) (c)

naprężenie, przy którym następuje wzrost odkształcenia bez wzrostu naprężenia

# Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

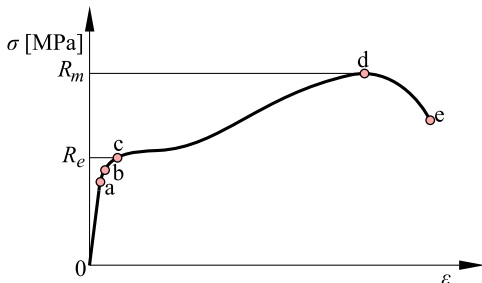


**Doraźna wytrzymałość na rozciąganie (d)**

największe naprężenie zaobserwowane w czasie próby

# Krzywa rozciągania

- na krzywej rozciągania można wskazać charakterystyczne punkty

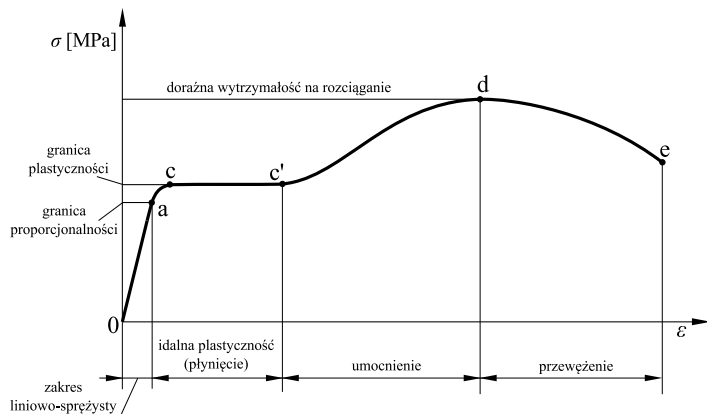


Naprężenie zrywające (e)

naprężenie, przy którym następuje zerwanie próbki

# Krzywa rozciągania

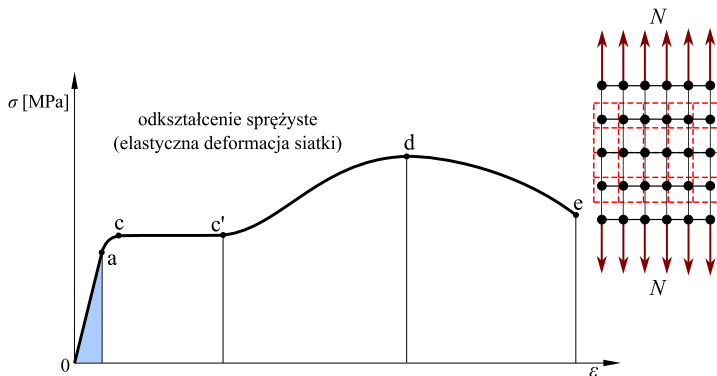
- na krzywej rociągania można wskazać cztery obszary, w których materiał zachowuje się inaczej





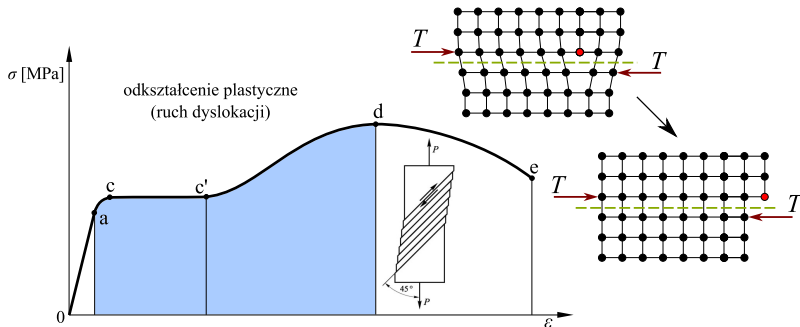
# Krzywa rozciągania

- w obszarze sprężystym sieć atomów odkształca się sprężysto – po usunięciu obciążenia atomy wracają do pierwotnego położenia



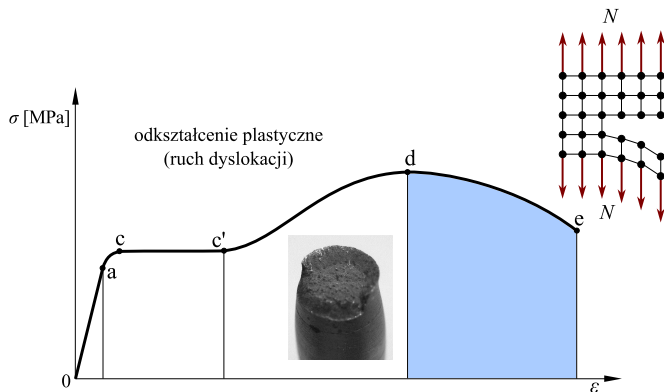
# Krzywa rozciągania

- w obszarze plastycznym następuje ruch dyslokacji oraz powstawanie nowych dyslokacji



# Krzywa rozciągania

- po pojawieniu się sztyki następuje sukcesywne odcielanie się atomów – rozerwanie

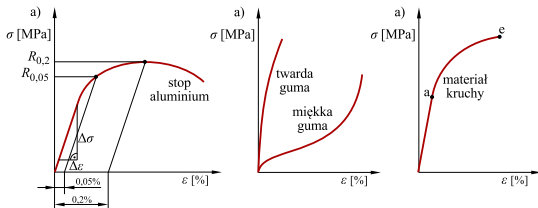


# Krzywa rozciągania

Najważniejsze właściwości mechaniczne materiału odczytywane z krzywej rozciągania to:

- umowna granica plastyczności  $R_{e,0,2}$ 
  - naprężenie, odpowiadające wydłużeniu równemu 0,2%
- moduł Younga  $E$ 
  - stosunek przyrostu naprężeń do przyrostu odkształceń

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \operatorname{tg}\alpha$$



# Krzywa rozciągania – plastyczność materiału

Plastyczność materiału (ciągliwość) w przypadku osiowego rozciągania opisuje się dwoma parametrami:

- procentowa zmiana przekroju

- stal ciągliwa: 50%

$$Z = \frac{A_0 - A_u}{A_0} \cdot 100\%$$

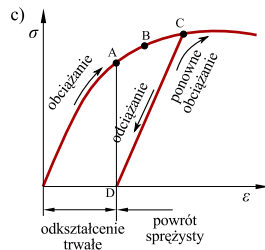
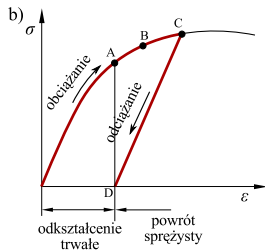
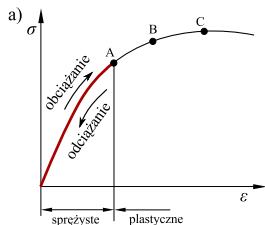
- procentowa wydłużenie

- stal: 3-40%; stopy aluminium: 1-45%

$$A = \frac{l_u - l_0}{l_0} \cdot 100\%$$

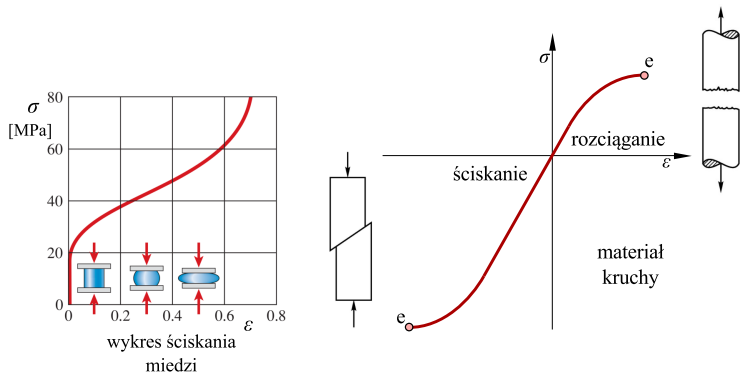
# Krzywa rozciągania – odciążanie

- zachowanie się materiału przy odciążaniu zależy od tego, czy przekroczona zostanie granica sprężystości (punkt A)



# Krzywa rozciągania-ściskania

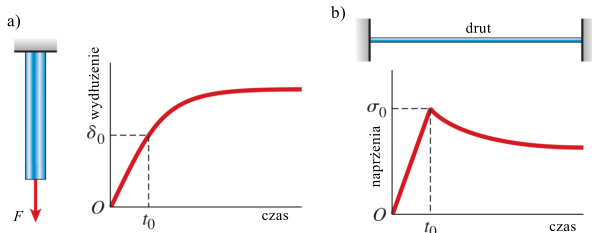
- niektóre materiały, jak np. pianki, bada się w próbie statycznego ściskania
- krzywe rozciągania i ściskania dla danego materiału mogą być różne



# Zjawisko pełzania

## Pełzanie

- zmiana naprężeń i odkształceń w obciążonym elemencie konstrukcyjnym, pojawiająca się z upływem czasu
- rozróżniamy:
  - pełzanie właściwe – zmiana odkształceń
  - relaksację – zmiana naprężeń





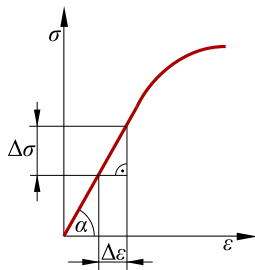
# Właściwości mechaniczne wybranych materiałów

| Material  | $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ] | $E$ [MPa] | $\nu$ | $R_m$ [MPa] |
|-----------|-----------------------------|-----------|-------|-------------|
| Stal      | 7850                        | 200000    | 0,3   | 350         |
| Aluminium | 2700                        | 70000     | 0,33  | 270         |
| Szkło     | 2600                        | 70000     | 0,2   | –           |
| Drewno    | 600                         | 12000     | –     | –           |
| Plastik   | 1000                        | 2500      | 0,4   | 40          |
| Guma      | 1100                        | 2         | 0,45  | –           |

# Prawo Hooke'a przy osiowym rozciąganiu

Związki opisujące zachowanie się pręta w stanie czystego rozciągania lub ściskania:

- naprężenie:  $\sigma = \frac{F}{A}$
- odkształcenie:  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$
- moduł Younga:  $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$
- prawo Hooke'a dla rozciągania:  $\Delta l = \frac{Fl}{EA}$

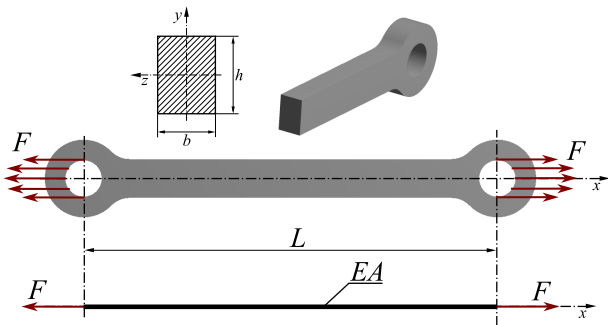


**Wszystkie powyższe związki są związkami liniowymi**

# Wydłużenie pręta rozciąganego

## Przykład

Wyznaczyć wydłużenie łącznika stalowego o długości  $L = 320$  mm obciążonego siłą osiową  $F = 50$  kN. Wymiary przekroju poprzecznego:  $h = 30$  mm,  $b = 20$  mm. Właściwości mechaniczne materiału:  $E = 2 \cdot 10^5$  MPa,  $\nu = 0,3$ .



# Wydłużenie pręta rozciąganego

## Przykład

Wyznaczyć wydłużenie łącznika stalowego o długości  $L = 320$  mm obciążonego siłą osiową  $F = 50$  kN. Wymiary przekroju poprzecznego:  $h = 30$  mm,  $b = 20$  mm. Właściwości mechaniczne materiału:  $E = 2 \cdot 10^5$  MPa,  $\nu = 0,3$ .

