

# Wytrzymałość Materiałów I

## Wprowadzenie

opracował:

**dr hab. inż. Paweł JASION**

e-mail: `pawel.jasion@put.poznan.pl`

www: `pawel.jasion.pracownik.put.poznan.pl`

**Politechnika Poznańska**

**Instytut Mechaniki Stosowanej**

**Zakład Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji**

## Konsultacje

- prowadzący: dr hab. inż. Paweł JASION
- termin:
  - poniedziałek, wtorek, godz. 11:15-12:00
- pokój: 404
- budynek: CMBiN

- Wykład (30 godzin)
  - prowadzący: dr hab. inż. Paweł JASION
  - forma zaliczenia: kolokwium (x2)
  - cel zajęć: przyswoić podstawowe informacje z zakresu wytrzymałości materiałów
- Ćwiczenia (15 godzin)
  - prowadzący: dr hab. inż. P. JASION;  
dr M. RODAK
  - forma zaliczenia: do ustalenia z prowadzącym
  - cel zajęć: opanować podstawy obliczeń prostych elementów konstrukcyjnych

- 1 Dylał Z., Jakubowicz A., Orłoś Z. *Wytrzymałość materiałów. Tom I*, WNT, Warszawa, 2013  
(dostępne na [ibuk.pl](http://ibuk.pl):  
<http://library.put.poznan.pl> → E-zasoby → książki)
- 2 Steif PS. *Mechanics of materials*, Pearson, Boston, 2012
- 3 Gere JM., Goodno BJ. *Mechanics of materials*, Cengage Learning, Australia, 2009
- 4 Ostwald M. *Podstawy wytrzymałości materiałów i konstrukcji*, WPP, Poznań, 2017

- 1 Wiadomości wprowadzające
  - Co to jest i czym zajmuje się wytrzymałość materiałów?
  - Co mówi nam eksperyment?
  - Jak analizujemy deformację i zniszczenie?
  - Jakiej wiedzy potrzebujemy?
  
- 2 Założenia, modele, metody, definicje...
  - Założenia
  - Modele
  - Metoda przekrojów myślowych

# Plan prezentacji

- 1 Wiadomości wprowadzające
  - Co to jest i czym zajmuje się wytrzymałość materiałów?
  - Co mówi nam eksperyment?
  - Jak analizujemy deformację i zniszczenie?
  - Jakiej wiedzy potrzebujemy?
- 2 Założenia, modele, metody, definicje...
  - Założenia
  - Modele
  - Metoda przekrojów myślowych

# Tytuł przedmiotu

Tradycyjny tytuł przedmiotu:

- wytrzymałość materiałów,

co sugeruje:

- zajmowanie się analizą obciążeń prowadzących do zniszczenia materiału.

Tytuł oddający istotę przedmiotu:

- statyka odkształcalnych ciał sprężystych

**Interesuje nas zatem:**

badanie zachowania się konstrukcji poddanej obciążeniom, które to zachowanie zależy między innymi od materiału

# Tytuł przedmiotu

Pochodzenie tytułu:

- z języka francuskiego (XIX wiek):  
*résistance de matériaux*

Tytuł w wersji angielskiej:

- *Strength of materials* lub *Mechanics of materials*



Siméon Poisson



Adhémar Jean Claude Barré  
de Saint-Venant



Claude-Louis Navier



# Historia przedmiotu

Więcej informacji o powstawaniu i rozwoju wytrzymałości materiałów można znaleźć w:



**Timoshenko, S.P.**

**History of Strength of Materials**

*Dover Publications, Inc., New York, 1983*



**Kurrer, K.E.**

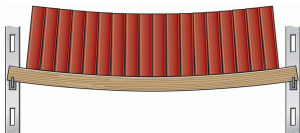
**The History of the Theory of Structures**

*Ernst & Sohn, Berlin, 2008*

# Do czego przydaje się wytrzymałość materiałów?

## Problem

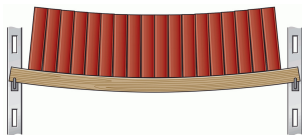
Moja półka ugina się zbyt mocno. Co zrobić, żeby zmniejszyć ugięcie? Jeśli będę znał czynniki wpływające na ugięcie będę wiedział co mogę zrobić.



# Do czego przydaje się wytrzymałość materiałów?

## Problem

Moja półka ugina się zbyt mocno. Co zrobić, żeby zmniejszyć ugięcie? Jeśli będę znał czynniki wpływające na ugięcie będę wiedział co mogę zrobić.



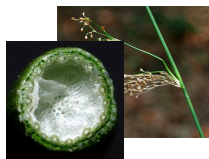
## Rozwiązanie: model matematyczny

$$v = \frac{5qL^4}{384EI}$$

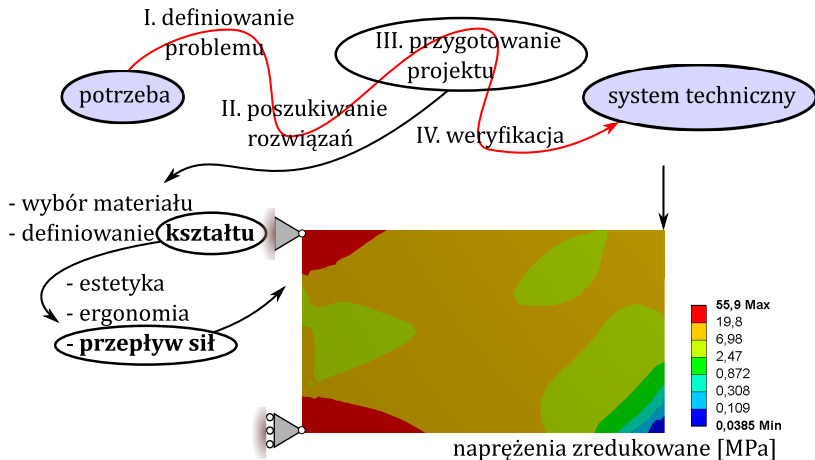
# Do czego przydaje się wytrzymałość materiałów?

Wytrzymałość materiałów pozwala:

- projektować trwałe i efektywne konstrukcje w oparciu o modele matematyczne
- wyznaczać naprężenia i przemieszczenia w celu ulepszania istniejących konstrukcji
- rozumieć zachowanie się “konstrukcji” naturalnych



# Wytrzymałość materiałów w procesie projektowym



# Co to znaczy, że konstrukcja jest wytrzymała?

Konstrukcję uznajemy za wytrzymałą, jeżeli w przewidzianym czasie eksploatacji:

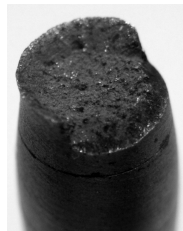
- nie ulega zniszczeniu – konstrukcja nie traci spójności
- nie ulega nadmiernej deformacji lub zmianie wymiarów
- nie utraci stateczności



# Co to znaczy, że konstrukcja jest wytrzymała?

Zniszczenie poprzez utratę spójności może nastąpić w wyniku:

- nagłego pęknięcia materiału kruchego
- długotrwałego pęknięcia materiału (zmęczenie)
- nadmiernej deformacji plastycznej



# Co to znaczy, że konstrukcja jest wytrzymała?

Zniszczenie poprzez nadmierną deformację może być skutkiem:

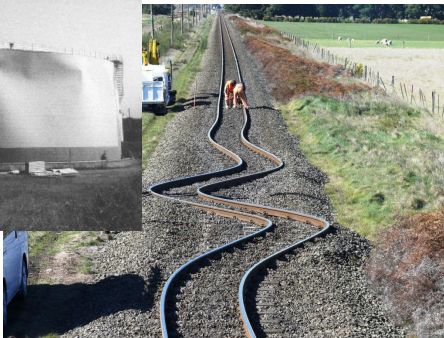
- zbyt dużego odkształcenia sprężystego
  - nadmiernie odkształcone elementy maszyn nie współpracują właściwie
- odkształcenia wywołanego pełzaniem
  - pełzanie – zwiększanie się odkształcenia w czasie przy stałym obciążeniu



# Co to znaczy, że konstrukcja jest wytrzymała?

Zniszczenie poprzez utratę stateczności:

- elementy cienkościenne lub smukłe poddane obciążeniom ściskającym mogą ulec wyboczeniu



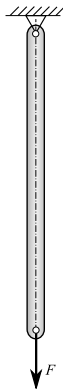
# Plan prezentacji

- 1 Wiadomości wprowadzające
  - Co to jest i czym zajmuje się wytrzymałość materiałów?
  - **Co mówi nam eksperyment?**
  - Jak analizujemy deformację i zniszczenie?
  - Jakiej wiedzy potrzebujemy?
  
- 2 Założenia, modele, metody, definicje...
  - Założenia
  - Modele
  - Metoda przekrojów myślowych

# Co mówi nam eksperyment?

Analizując pręt rozciągany, spróbujemy odpowiedzieć na pytania:

- Od czego zależy deformacja konstrukcji?
- Co dzieje się w materiale?
- Kiedy materiał utraci spójność?

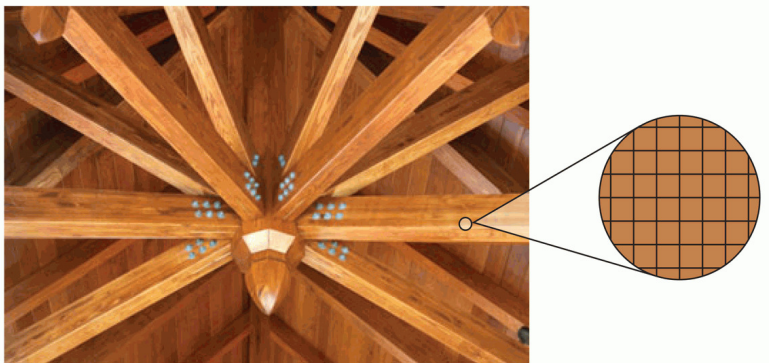


# Plan prezentacji

- 1 Wiadomości wprowadzające
  - Co to jest i czym zajmuje się wytrzymałość materiałów?
  - Co mówi nam eksperyment?
  - **Jak analizujemy deformację i zniszczenie?**
  - Jakiej wiedzy potrzebujemy?
- 2 Założenia, modele, metody, definicje...
  - Założenia
  - Modele
  - Metoda przekrojów myślowych

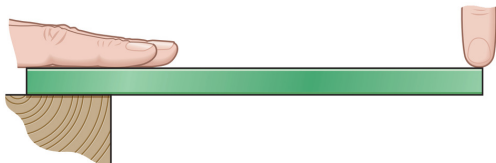
# Podział na elementy

Podział konstrukcji na nieskończenie małe elementy pozwala uniezależnić jej zachowanie od kształtu i materiału.



# Czego szukamy?

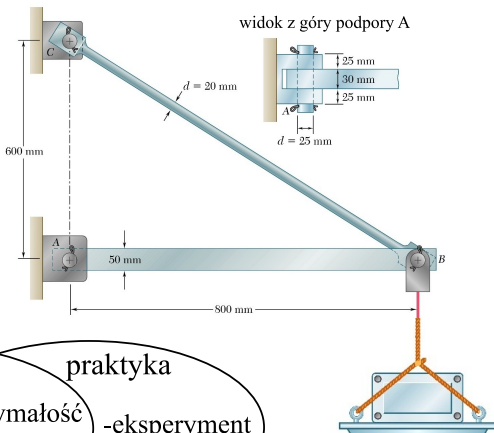
- równowagi między siłami zewnętrznymi i wewnętrznymi (naprężeniami)
- zależności geometrycznej między deformacją konstrukcji a odkształceniem elementu
- charakterystyki materiału – zależność naprężenia-odkształcenia



# Plan prezentacji

- 1 **Wiadomości wprowadzające**
  - Co to jest i czym zajmuje się wytrzymałość materiałów?
  - Co mówi nam eksperyment?
  - Jak analizujemy deformację i zniszczenie?
  - **Jakiej wiedzy potrzebujemy?**
  
- 2 **Założenia, modele, metody, definicje...**
  - Założenia
  - Modele
  - Metoda przekrojów myślowych

# Jakiej wiedzy potrzebujemy?



teoria

praktyka

-mechanika  
-matematyka

wytrzymałość  
materiałów

-eksperyment



# Plan prezentacji

- 1 Wiadomości wprowadzające
  - Co to jest i czym zajmuje się wytrzymałość materiałów?
  - Co mówi nam eksperyment?
  - Jak analizujemy deformację i zniszczenie?
  - Jakiej wiedzy potrzebujemy?
  
- 2 Założenia, modele, metody, definicje. . .
  - Założenia
  - Modele
  - Metoda przekrojów myślowych

# Wytrzymałość materiałów a mechanika

W wytrzymałości materiałów, inaczej niż w mechanice:

- rozpatrywane ciała są ciałami sprężystymi; zawsze ulegają deformacji

# Wytrzymałość materiałów a mechanika

W wytrzymałości materiałów, inaczej niż w mechanice:

- siły działającej na ciało nie można przesuwać wzdłuż kierunku jej działania

# Wytrzymałość materiałów a mechanika

W wytrzymałości materiałów, inaczej niż w mechanice:

- dowolnego układu sił nie można zastąpić układem statycznie równoważnym

# Wytrzymałość materiałów a mechanika

W wytrzymałości materiałów, inaczej niż w mechanice:

- pary sił nie można przenosić na płaszczyźnie jej działania

# Wytrzymałość materiałów a mechanika

W wytrzymałości materiałów, inaczej niż w mechanice:

- obciążenia ciągłego nie można zredukować do siły skupionej

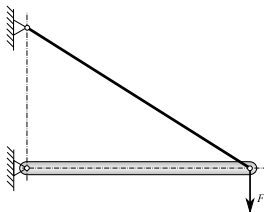
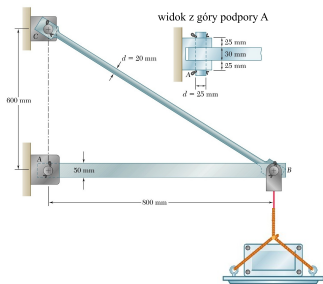
# Plan prezentacji

- 1 Wiadomości wprowadzające
  - Co to jest i czym zajmuje się wytrzymałość materiałów?
  - Co mówi nam eksperyment?
  - Jak analizujemy deformację i zniszczenie?
  - Jakiej wiedzy potrzebujemy?
  
- 2 **Założenia, modele, metody, definicje. . .**
  - Założenia
  - **Modele**
  - Metoda przekrojów myślowych

# Model konstrukcji

## Model obliczeniowy

- dobrze oddaje charakter pracy konstrukcji i pomija czynniki nieistotne dla rozwiązania
- zawiera: elementy konstrukcji, sposoby łączenia tych elementów, podpory i obciążenia

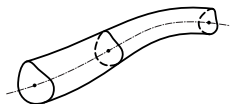




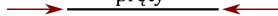
# Model konstrukcji

## Elementy konstrukcyjne

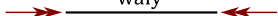
elementy liniowe



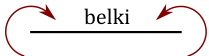
pręty



wały

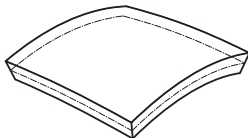


belki

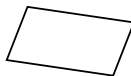


wytrzymałość materiałów ↑

elementy powierzchniowe



płyty

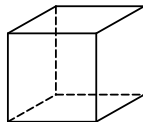


powłoki



teoria płyt i powłok ↑

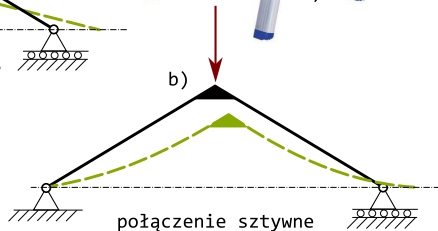
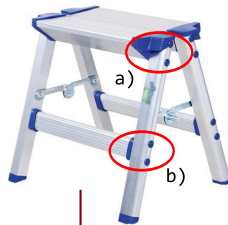
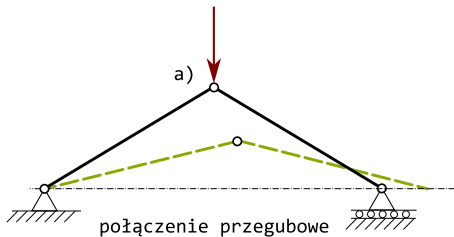
elementy bryłowe



teoria sprężystości ↑

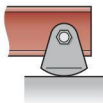
# Model konstrukcji

## Sposoby łączenia elementów konstrukcyjnych

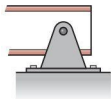
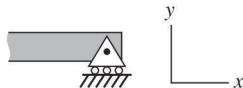


# Model konstrukcji

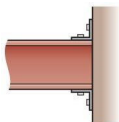
## Podpory



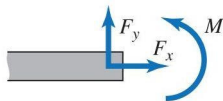
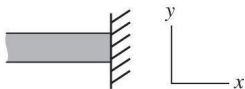
podpora przegubowa przesuwna



podpora przegubowa nieprzesuwna



utwierdzenie



# Model konstrukcji

## Obciążenia – siły zewnętrzne

- **siły skupione** – siły działające na element konstrukcyjny poprzez powierzchnię, której rozmiar jest mały w porównaniu z rozmiarami elementu.
- **siły rozłożone** – siły przyłożone w sposób ciągły na pewnej długości lub powierzchni elementu konstrukcyjnego (równomiernie lub nierównomiernie)
- **siły permanentne** – siły działające w czasie całego życia konstrukcji, np. masa własna
- **siły czasowe** – siły działające tylko w ciągu pewnego okresu czasu

# Model konstrukcji

## Obciążenia – siły zewnętrzne (c.d.)

- **siły statyczne** – siły obciążające konstrukcję stopniowo; na konstrukcję nie działa przyspieszenie lub jest ono zanedbywalnie małe
- **siły dynamiczne** – siły wywołujące znaczne przyspieszenie konstrukcji
  - przyłożone nagle
  - uderzeniowe
  - okresowo zmienne
- **reakcje**

# Model konstrukcji

## Model materiału – materiał idealny

Przyjmuje się, że **model materiału** elementów konstrukcyjnych:

- posiada tylko te własności, które są istotne dla rozwiązania
- jest odkształcalny (idealnie sprężysty)

Ponadto, materiał jest

- **ciągły** – pomija się strukturę materiału (ziarna, włókna, itp.); zakłada się brak wtrąceń i jam
- **jednorodny** – dowolna wybrana objętość materiału ma takie same własności
- **izotropowy** – własności są takie same we wszystkich kierunkach

# Plan prezentacji

- 1 Wiadomości wprowadzające
  - Co to jest i czym zajmuje się wytrzymałość materiałów?
  - Co mówi nam eksperyment?
  - Jak analizujemy deformację i zniszczenie?
  - Jakiej wiedzy potrzebujemy?
  
- 2 Założenia, modele, metody, definicje. . .
  - Założenia
  - Modele
  - Metoda przekrojów myślowych

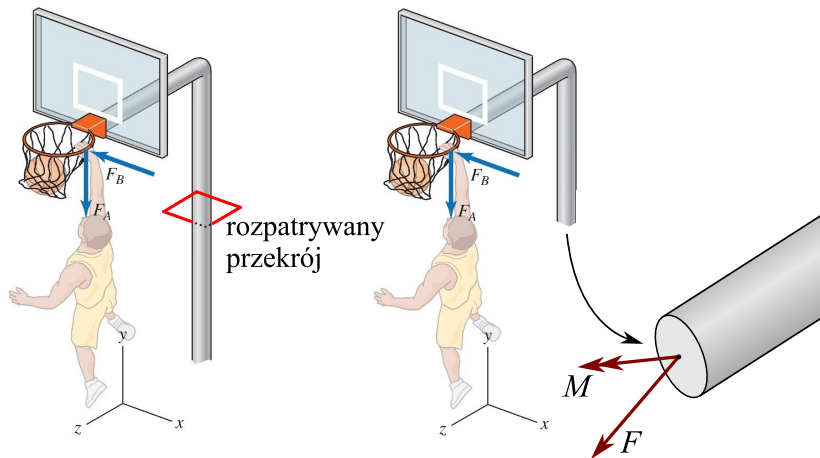
# Metoda przekrojów

Znamy siły zewnętrzne,  
widzimy deformację,  
ale co dzieje się  
wewnątrz konstrukcji?

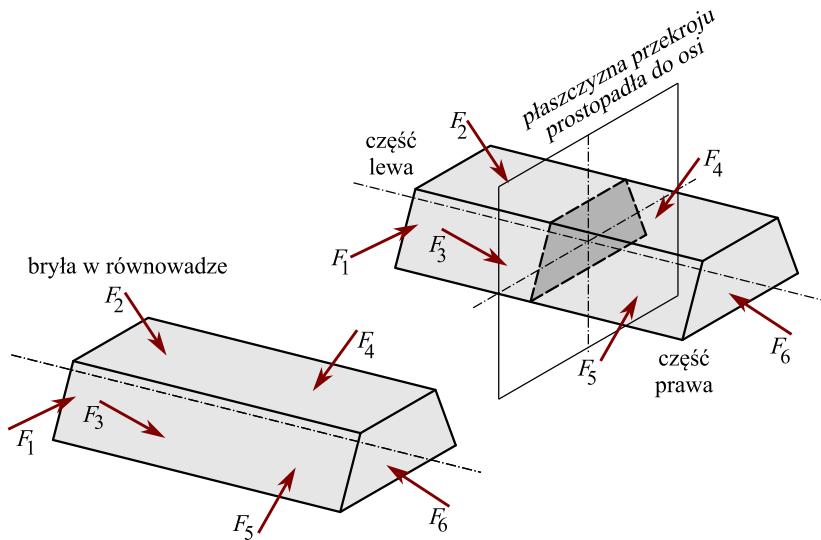




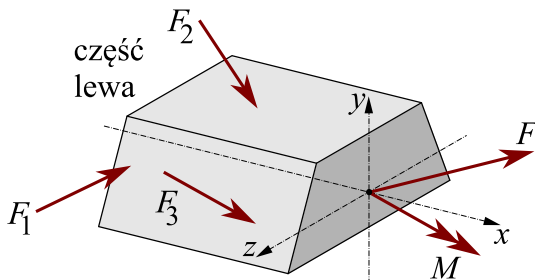
# Metoda przekrojów



# Metoda przekrojów



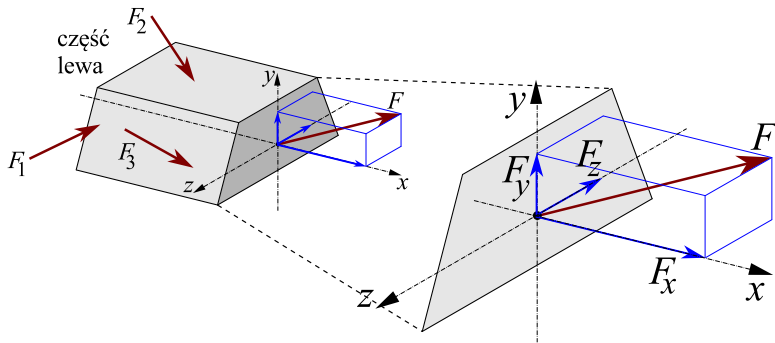
# Metoda przekrojów



Siły wewnętrzne przyłożone w środku ciężkości przekroju

- siła skupiona  $F$
- moment siły  $M$

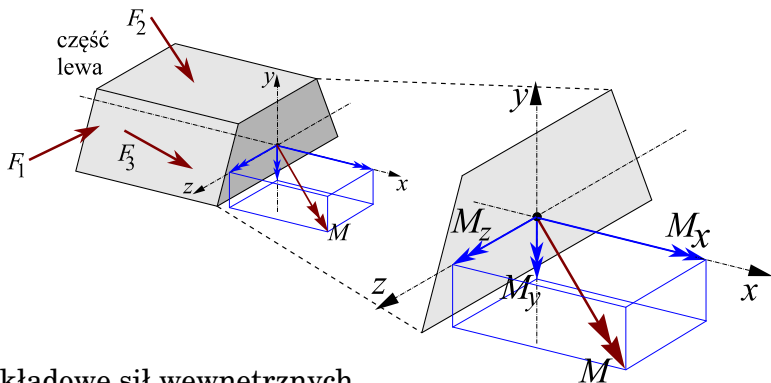
# Metoda przekrojów



## Składowe sił wewnętrznych

- siła normalna  $F_x = N$
- siła styczna  $F_y = T_y$
- siła styczna  $F_z = T_z$

# Metoda przekrojów



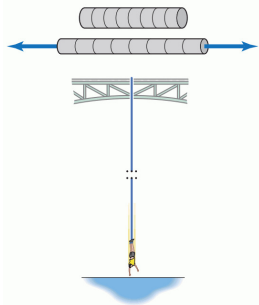
## Składowe sił wewnętrznych

- moment skręcający  $M_x = M_s$
- moment gnący  $M_y = M_{gy}$
- moment gnący  $M_z = M_{gz}$

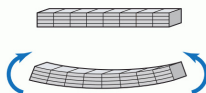
# Proste przypadki obciążenia

[Steif, 2012]

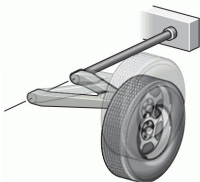
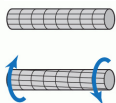
rozciąganie (ściskanie)



zginanie



skręcanie



ścinięcie

